

500毫巴平均高度场与旬降水量 的交叉功率谱分析

丁 裕 国

提 要

本文采用功率谱和交叉功率谱分析方法,以长江下游南京等几个站为例,讨论旬降水量序列与亚欧500毫巴旬平均高度场序列在时间域上的多频振动以及它们的相互联系。通过谱分析得到各种显著周期振动(频率)的地区分布,各种显著相关后延时间的地区分布,以及两个序列中各种周期分量之间的相关指标(指相应频率上的凝聚函数)。这些结果所提供的信息有可能作为进一步探讨天气气候规律和长期超长期预报方法的参考。本文并将进一步把相关场的普查与场和预报量序列的多频振动结构联系起来,以便深入探讨大气运动的前后期对应关系。

一、引 言

组成大气环流的大气运动状况,无论在时间上和空间上都是多频的,即可以认为,大气环流乃至各种气象要素的变化是各种不同时空尺度的多频振动。正如A. A. 吉尔斯在《大气环流的多年振动及长期水文气象预报》一书中所指出,长期大气过程乃是“大气总环流的振动。”^[1]国内外气象工作者从这样的观点出发,已有不少研究。本文仅从随机时间序列的角度,采用功率谱和交叉功率谱分析方法,初步研究亚欧500毫巴旬平均高度场的多频振动以及它们与长江下游南京等站旬降水量序列在时域和频域上的对应关系。

在长期预报实践中,目前普遍使用的方法之一是普查相关场,找出关键区。这种对前期环流场的相关普查,在一定程度上带有盲目性。况且,从空间上说,关键区的位置随着与预报量的间隔时间的不同而推移,而从时间上说,相关场的显著性亦随着间隔时间的推移而变化。甚至对于不同地区的同一对象或同一地区的不同时间段的预报量,其相关场普查结果都大不一样。诚然其中必有抽样误差的影响,但同时也反映了预报要素与前期环流场对应关系的内在规律性还未了解清楚。为了推究预报要素与前期环流场的对应关系的普遍规律,作者认为,有必要全盘了解有关环流场振动频率结构及其分布,分析环

流场振动与预报量振动在时间域和频率域上的响应特征。为此，我们试用有限的资料，首先考察 500 毫巴旬平均高度场各个网格点高度距平在时域上的多频振动，分析其主要周期分量的地区分布，其次考察预报量与环流场的互相关、互谱特征，计算各个频率分量上两者的凝聚函数（即在各频率分量上的相关）。这些分析所得的信息，是通常的相关分析所不易取得的。

此外，由于多维时间序列功率谱分析的复杂性，本文仅借助于单一时间序列谱分析，作出综合分析。

二、资料和方法

1. 资料的预处理

气象时间序列的组成，大致有两种，一种是以年序为单位的时间序列，用以研究历年某季，某月（旬）等指定时段要素的平均值（或总量）的年际演变规律；另一种则是按照年以下的日序、旬序、月序等时间单位排列记录，用以研究时间尺度在年以内或年以上的各种演变规律（如逐日、旬、月等）。前者突出年际变化，且自然地消除了年变化影响，便于研究数年、数十年时间尺度的演变，后者经过处理也可以消除固有年（日）变化影响，它便于仔细地研究年内或年以上各种尺度的周期振动和趋势。同时，这种序列具有大样本，它有利于克服现有台站普遍存在观测年限短的缺陷。基于上述优点，我们选用 1951 年 1 月上旬至 1970 年 12 月下旬的逐旬有关资料（500 毫巴旬平均高度，南京等站旬降水量）分别组成序列，其长度 $N=720$ （旬），为了考察一定时期内各种频率的振动，选取最大时间后延 $m=72$ （旬），即相当于 $m=N/10$ 。

此外，为使序列趋于平稳，旬平均高度一律用距平值，而旬降水（因其方差年变化显著）则采用标准化变量。

2. 方法

自五十年代以来，谱分析技术在气象上已被广泛采用^{2 [3] 4}。其中较为经典的 Blackman-Tukey 方法对于同时分析时域与频域上的相关性是可取的。根据 Tukey 方法⁵，离散平稳序列记录 $X(t)$ 的谱估计式为：

$$G_k = \frac{1}{m} \left[R_0 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} R_i \cos \frac{ik\pi}{m} + (-1)^k R_m \right] \quad (1)$$

式中 G_k 为功率谱密度在相应频率 k （频序号或波数）处的估计值， R_i 为各种时间后延的自相关函数， m 为最大时间后延。

为了平滑谱估计值的随机振动，采用下列平滑公式：

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= 0.5 (G_0 + G_1) \\ U_k &= 0.25G_{k-1} + 0.5G_k + 0.25G_{k+1} \\ U_m &= 0.5 (G_{m-1} + G_m) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

对于两个不同的时间序列 $X(t)$ 与 $Y(t)$, 其互相关函数 $R_{xy}(i)$ 或 $R_{yx}(i)$ 满足

$$R_{xy}(i) = R_{yx}(-i) \quad (3)$$

故互相关函数不同于自相关函数, 而相应交叉谱密度(又称互谱)由复值量组成, 其实部称为共谱(或协谱), 是量度两个时间序列各个谐和分量对互协方差贡献大小的。它的离散估计式为:

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{m} \left[A_0 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} A_i \cos \frac{ik\pi}{m} + (-1)^k A_m \right] \quad (4)$$

式中 $A_i = \frac{R_{xy}(i) + R_{xy}(-i)}{2}$ 。而虚部称为正交谱(或重谱), 则是量度两个序列中, 一个序列所有谐和分量落后于另一序列 $\frac{\pi}{2}$ 周期时谐和分量对互协方差的贡献大小的。通常由下式估计:

$$Q_{xy}(k) = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m-1} B_i \sin \left(\frac{ik\pi}{m} \right) \quad (5)$$

式中 $B_i = \frac{R_{xy}(i) - R_{xy}(-i)}{2}$ 。如同自功率谱一样, 共谱 $C_{xy}(k)$ 与正交谱

$Q_{xy}(k)$ 均需作平滑处理。为了给出两个时间序列不同频率分量之间的相互关系, 以凝聚函数 $\gamma_{xy}^2(k)$ 作为指标^[5], 其估计式为:

$$\gamma_{xy}^2(k) = \frac{C_{xy}^2(k) + Q_{xy}^2(k)}{G_x(k) G_y(k)} \quad (6)$$

式中 $\gamma_{xy}^2(k)$ 表示两时间序列在各个频率上的相关程度, 其数值在0—1之间变化。等式右端各量均为平滑量。

根据文献[6], 上述谱估计值, 在一定信度下, 可以制备出相应的显著性标准。表1, 列出了 $N=720$, $m=72$, 自功率谱显著峰值的标准(见表1)。

本文计算了旬平均高度场各网格点功率谱, 旬高度场与旬降水量序列之间的互相关以及交叉功率谱, 并分别讨论这些计算结果所提供的信息。

表1 自功率谱显著性标准

信 度	临 界 值
0.01	0.0256
0.05	0.0213
0.10	0.0194

三、环流场显著振动的空间分布

根据(1)和(2)式计算的各网格点高度的功率谱具有一定的规律性。为简明起见, 现从几方面加以讨论。首先, 总的说, 旬高度场序列的显著振动集中在两个主要频带, 其一是波数 $k=1$ 或 2 , $k=10$, 其二是波数 $k=5$ 附近, 即大致相当于4年、2年和

4~5个月以及9个月的周期振动最为显著(图1)。

其次,我们从纬向和经向平均来看,具有以下特点:

(1)纬向平均谱显著主峰从 40°N 向 70°N 逐渐由低频向中频演变,也即 40°N , 50°N 以2年以上长周期为主,而 60°N 至 70°N 则以4至5个月(14.4旬)或2至3个月(6.5~10.0旬)的振动为主;而显著次峰则随纬度逐渐由中频向低频演变(图2a)。

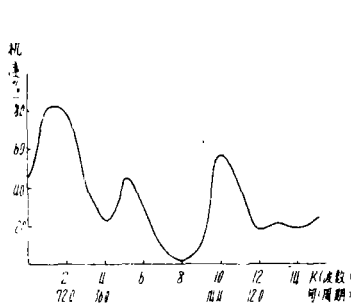


图1 最显著频带出现率(信度0.01)

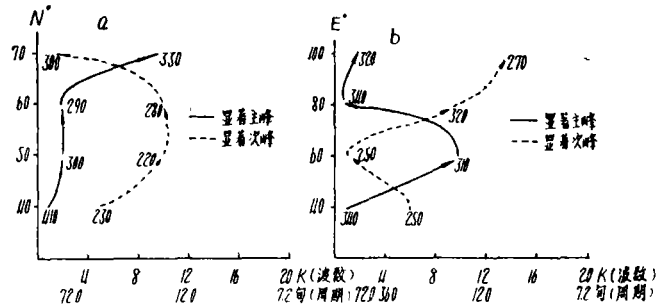


图2 经纬向平均谱显著频带的变化
a. 纬向平均谱随纬度的变化
b. 经向平均谱随经度的变化

(2)经向平均谱显著频段自 40°E 至 100°E 维持在波数13以下,也即相当于周期为10旬以上的振动。但在 60°E 处周期为6.5旬的振动略为显著。此外,显著峰的变动在各个经度上有一个主峰和一个次峰,例如,在 40°E 处,周期为144旬最显著,其次为24旬,它们的谱密度值都高达 250×10^{-4} 以上,而 60°E 处却有三个显著峰值,分别在周期为14.4旬、144旬和6.5旬。 80°E 和 100°E 处都有类似情况,不作一一列举(图2.b)。

再从整个空间分布来看,显著周期分量在整个环流场上呈现明显的规律性。由图3可见,低频段($k \leq 5$)最显著周期峰值的相应频带其空间分布大致是,最长周期(指2年以上)自东北向西南分布,其中2年($k=2$,周期为72旬)周期自贝加尔湖向黑海伸延,几近于纬向分布。而4年($k=1$,周期为144旬)周期则分布在南北两侧。比较特殊的地区是 140°E 附近,日本海至朝鲜半岛及其南部海域,最显著周期为28至48旬,大致相当于9至16个月的振动。

为了更清楚分辨显著振动频率的地区分布,还可以按逐个频率分析其地区分布。关于中频和低频振动的地区分布拟在另文讨论。所有上述显著振动,其谱值均已达到 $\alpha=0.01$ 信度标准。

四、显著互相关的空间分布

计算表明,预报量时间序列与高度场时间序列的互相关函数,在各种时间后延上出现显著相关的机会并不均一,也不随时间后延而衰减。这就进一步证明,互相关函数不同于自相关函数,它的 $R_{xy}(0)$ 不一定为最大值,即使是两个平稳序列其 $R_{xy}(\tau)$ 也不一定具有衰减趋势,而往往呈一定的波动性。例如,南京旬降水量与 40°E 、 40°N 、 100°E 、 50°N 等点高度值的互相关随后延的变化曲线就是一个典型的例证(图略)。

其次，对于同一后延时间来说，显著相关的地区分布更不完全一致。通过分析，我们发现，这些规律所反映的事实与日常普查的相关场比较吻合。(1)各个后延显著相关出现的机会（指整个场）有几个明显的后延达到最大值，其中，零后延相关显著的机会最多且最大相关系数达到0.25以上，其次有显著相关的后延如 $\tau=5\sim 6$, $\tau=28\sim 29$, $\tau=37$, $\tau=53$, $\tau=63\sim 66$ 等等，它们的出现机会都大于6次（指在每个频率上），也就是说，在整个场上这些后延（时间间隔）至少有6个点达到显著，若按表2中的分段统计，则显著后延

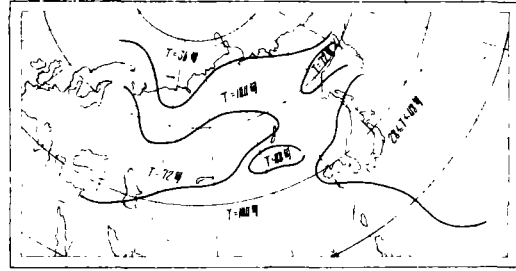


图3 低频段 ($k \leq 5$) 最显著周期的地区分布

出现机会一般都在7~9次以上。这些显著相关后延表明，除了同期环流与要素（或场）具有较为密切的关系外，前期环流场与预报要素之间还存在着各种不同长度的韵律对应关系。不难发现，这些显著互相关所出现的后延段与环流场自振功率谱所揭示的显著频带基本上是呼应的（图1）。可见，环流场的自振结构对于寻求预报因子具有十分重要的意义。此外，应该指出的是，度量互相关的显著性标准仍与一般相关系数类同，这里取 $\alpha=0.05$ 时， R_{α} 为0.071， $\alpha=0.01$ 时， R_{α} 为0.093（样本容量 $N=720$ ）；

表2

时 间 后 延	0	1~2	3~4	5~6	7~8	9~10	11~12	13~14	15~16
互 相 关 出 现 次 数	16	16	0	9	3	4	5	5	4
时 间 后 延	17~18	19~20	21~22	23~24	25~26	27~28	29~30	31~32	33~34
互 相 关 出 现 次 数	4	3	5	3	2	7	7	2	4
时 间 后 延	35~36	37~38	39~40	41~42	43~44	45~46	47~48	49~50	51~52
互 相 关 出 现 次 数	1	7	2	4	5	0	4	4	3
时 间 后 延	53~54	55~56	57~58	59~60	61~62	63~64	65~66	67~68	69~70
互 相 关 出 现 次 数	8	5	7	1	5	5	10	1	3

(2)显著相关后延的空间分布，也有一定的规律，总的说，如图4所绘，显著相关区大

致集中在乌拉尔山两侧，黑海和里海之间，巴尔喀什湖以南地区以及东南沿海和日本至朝鲜半岛等地区。这些显著区中比较突出的，如日本海，东南沿海，乌拉尔山以及中亚和黑海南部，其显著相关至少在9次以上，它们正是通常的相关场普查经常找到的关键区^{[7]、[8]}。由于资料所限，对副热带地区的情况本文未加以概括。

另一方面，若按照各种后延分段来看，（图略）又可归纳如下特点：

（1）日本海、朝鲜半岛一线，几乎在各个时间后延上都有显著相关，可见，这就是不少文献中找到的关键区。（2）乌拉尔山以东至贝加尔湖广大地区在后延小于20旬时几乎没有显著相关，而在21旬至60旬，这一地区始终为一显著区。（3）与上述情况相反，中亚至黑海一线在后延 $\tau \leq 20$ 旬

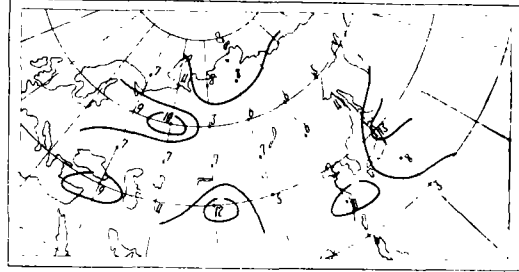


图4 各种后延的时间显著互相关出现机会的地区分布各点数字为1次数'

时始终保持为一显著区，而在21旬至50旬渐为不显著区，这些特点所反映的显著相关集中区与许多文献和我们过去所普查到的关键区基本上是一致的。

五、交叉谱与凝聚函数

如前所述，交叉谱描述两个时间序列各不同频率分量对其互协方差的贡献大小。在两个相互有联系或看起来没有联系的时间序列之间，何种振动周期对相关的影响最大或是相关的因素来自何种周期分量，这正是交叉功率谱要揭示的问题。表3中列举了一些网格点与南京旬降水量零后延相关系数和某些频率上的凝聚函数，从表可见，无论其

表3 零后延互相关系数与某些显著凝聚函数对照

经纬度	零后延 相关系数	最显著凝 聚函数	次显著凝 聚函数	显著凝聚 函数
40°E 40°N	-0.0559	0.3341 k=21	0.3022 k=36	0.2999 k=24
100°E 50°N	-0.2206	0.5731 k=43	0.5529 k=42	0.4855 k=45
120°E 60°N	-0.0020	0.2815 k=52	0.2804 k=26	0.2442 k=3
140°E 50°N	-0.0195	0.4505 k=52	0.3660 k=53	0.3394 k=45

互相关系数显著与否，最显著的凝聚函数（频率分量相关）都可以出现在某些频段上，也就是说，在这些频段上，两个序列的相应频率分量对互协方差的贡献较大。可见，

就整个频率范围说,交叉谱的显著频带是有一定规律的。仍以南京为例,根据计算,我们综合统计了它与旬高度场的显著共谱 $C_{xy}(k)$ 的出现机会(这里取相对标准 $C_{xy}(k) \geq 70 \times 10^{-3}$),绘制图5,

由图可见,共谱显著的频带主要集中于波数 $k=4 \sim 5$ (约相当于周期 36~29旬), $k=13 \sim 14$ (约相当于周期 11~10旬), $k=21 \sim 22$ (约相当于周期 6.8~6.4旬) 等几个频段。此外还有 $k=37, 42, 66$ 等等。正交谱 $Q_{xy}(k)$ 亦有类似情况(其他各站情况类似,故不枚举)。

由(6)式知,凝聚函数 γ_{xy}^2

(k) 综合了共谱与正交谱的影响,且消除了各自功率谱数值大小的影响,是一个类似于一般线性相关系数的无因次量,因而更具有代表性,通常多采用这一指标。在图6中,

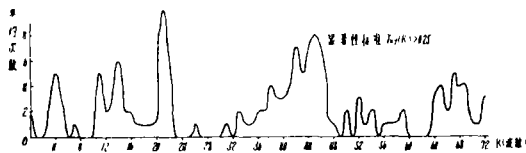


图6 显著凝聚函数按频率分布的出现机会(南京等站旬降水序列与旬高度场序列)

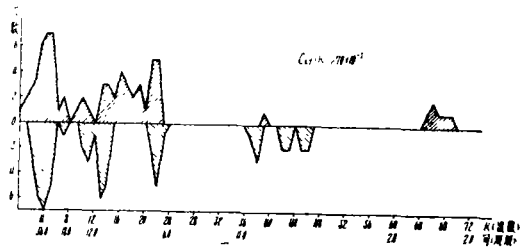


图5 南京旬降水序列与旬高度场序列在各个频率上显著交叉谱(指共谱(C_{xy}))出现机会

我们绘制了全部网格点在各个频率上与南京、上海、苏州等站具有显著凝聚的出现机会分布的平均情况。不难看出,高凝聚(即高相关)大约以波数 $k=4, 11, 13, 21 \sim 22$ 以及 $k=44 \sim 45$ 几段为主,对照图5与图6,不难看出,这与上述共谱是基本一致的。关于交叉谱的地区分布,限于篇幅将另文讨论。

六、小 结

通过功率谱与交叉谱分析揭示环流场的多频振动以及其与预报量的对应关系,初步得到如下几点认识:

1. 功率谱与交叉谱分析方法能够有效地揭示大气运动过程的多频结构,尤其用于讨论环流场与要素(或场)之间在频域范围上的各种联系,对于深入分析各种显著相关区有一定的意义。

2. 旬平均环流场自振周期及其分布呈现一定的规律性,从频带上说,集中在中、低频,即4年或2年以及4~5个月的周期显著;从地区上说,有一些明显的分布特点。

3. 旬平均环流场与旬降水量的互相关,也有一定的规律性。初步分析表明,显著相关区集中在几个地区,它们大致与日常普查的相关区位置吻合。这个结果可以作为进一步研究相关场关键区的参考。

4. 交叉谱与凝聚函数所提供的信息表明,有几个周期分量(以南京为例)对于旬环流场与旬降水量的相关影响较大,如 $k=4, 11, 13, 21 \sim 22$ 等等,约相当于周期为36旬、14旬、11旬、6.5旬的振动。若对上述结果加以地区的综合,可以为进一步分析环

流因子的物理意义提供参考。

本文仅仅是从一个侧面分析研究环流场与降水量序列的多频振动及联系。所取用序列长度基本上是充分的，但资料的预处理是否完全，没有严格检验，不过在经验和理论上基本是符合的。此外，由于网格点和站点数所限，在一定程度上可能会对分析结果有影响。

参 考 文 献

- [1] A. A. 吉尔斯(章基嘉译)，大气环流的多年振动及长期水文气象预报，科学出版社，1976。
- [2] Panofsky, H. A. and Wolff, P., Spectrum and Cross-Spectrum analysis of hemispheric Westerly index, *Tellus* 9, p195—200, 1957.
- [3] Harper, B. P., Energy Spectra of 500mb Meridional Circulation indices, *J. of Met.* No.4, 1961.
- [4] Dickson, R. R., On the relationship of variance spectra of temperature to the large-scale atmospheric circulation, *J. Appl. Met.* 10, p186—193, 1971.
- [5] J. S. 贝达特, A. G. 皮尔索(凌福根译)，随机数据分析方法，国防工业出版社，1976。
- [6] Blackman, R. B., and Tukey, J. W., The measurement of power spectra, New York, Dover Publications, Inc, pp190, 1958.
- [7] 浙江省气象台长期组，副高特征因子和西风带因子与浙江汛期5—7月降水关系的分析(内部材料)。
- [8] 丁裕国等，长江上游地区气候干(湿)期分析及其前期环流因子的统计普查，*南京气象学院学报*，1978, 1.