南京气象学院学报
一九八〇年　第一期

使用系留气球进行气象观测的几个力学问题

顾树人　金明德　吴秀萍

在没有铁塔和高层建筑物设施的地方，一般都用系留气球携带观测仪器升空到几百公尺的高度上，进行有关气象要素的短时间测量。现我们就实际工作中遇到几个涉及力学的问题，进行一些理论分析和计算。

一、系留气球的升空高度

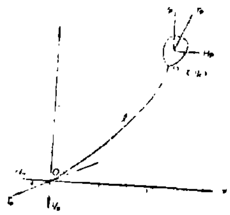

图 1

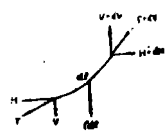

图 2

当气球停放在空中时，由于受水平风力和绳索重力的作用，可观察到系留索 l 呈一悬链线（见图 1 ）。其中 V_p 表示气球的净升力，它等于气球的总升力减去吊挂物重，H_p是风速V对气球的水平作用力（等于气球对水平风速的阻力），T_p 是 H_p、V_p 作用于系留索端点 P 的合力，T_0 是地面留系点 O 处对绳索的反作用力，T_0与水平方向的夹角为 α。现假定气球所在高度的水平风速、风向不变，且略去系留索对风的阻力（高强度的系留索线径很细），要求气球处于平衡状态的高度 y_1。我们在系留索上任取一线元 dl，dl 两端的张力记作 T、T＋dT，与张力相应的水平分量和垂直分量分别为H、H＋dH，V、V＋dV（图2），则线元 dl 的力平衡方程为

$$\begin{cases} dH = 0 & (1) \\ dV = \rho dl & (2) \end{cases}$$

系留索上作用力在端点 P 、O的边值条件为

$$V\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} = V_0 = T_0 \sin\alpha \qquad V\Big|_{\substack{x=x_1\\y=y_1}} = V_p = T_0 \sin\alpha + \rho l$$

$$H\Big|_{\substack{x=0\\y=0}} = H_0 = T_0\cos\alpha \qquad H\Big|_{\substack{x=x_1\\y=y_1}} = H_p = T_0\cos\alpha$$

其中 T_0 和 α 角可测量得到。将 $dl=\sqrt{1+(y')^2}\,dx$ 代入(2)得

$$\frac{dv}{dx}=\rho\sqrt{1+(y')^2} \tag{3}$$

又∵ $y''=\frac{dv}{dx}\frac{1}{H}$ 代入上式得

$$y''=\frac{\rho}{H}\sqrt{1+(y')^2} \tag{4}$$

从(1)式和边值条件得 $H=T_0\cos\alpha$，令 $C=\frac{T_0\cos\alpha}{\rho}$，则 $\frac{\rho}{H}=\frac{1}{C}$ 代入(4)式得

$$y''=\frac{1}{C}\sqrt{1+(y')^2} \tag{5}$$

上式方程的解为

$$y'=\mathrm{sh}\,\frac{x+x_0}{C} \tag{6}$$

$$y=C\,\mathrm{ch}\,\frac{x+x_0}{C}+y_0 \tag{7}$$

(7)式为系留索的状态方程，其中 x_0、y_0均是积分常数。又∵ $\frac{T}{H}=\frac{dl}{dx}$，则

$$T=H\sqrt{1+(y')^2}$$

将(6)(7)式代入上式得

$$T=\rho(y-y_0) \tag{8}$$

当 $y=0$ 时，$T=T_0$，定出 $y_0=-\frac{T_0}{\rho}$，代入得

$$T=\rho\left(y+\frac{T_0}{\rho}\right) \tag{9}$$

利用 $P(x_1, y_1)$ 点的边值得结果为

$$y_1=\frac{\sqrt{(H_p)^2+(V_p)^2}-T_0}{\rho}=\frac{\sqrt{(T_0\cos\alpha)^2+(T_0\sin\alpha+\rho l)^2}-T_0}{\rho}$$

$$=\frac{\sqrt{T_0^2+2T_0\rho l\sin\alpha+(\rho l)^2}-T_0}{\rho} \tag{10}$$

当 $\alpha=90°$时，则 $y_1=l$。(10)式不仅可以用来计算气球的升空高度，而且当已知气球

的净升力 Vp、拟升高度 y_1 和此高度上气球对风速 V 的阻力 Hp 时，可以求得系留索的长度 l 为

$$l=\frac{Vp-\left[\left(\sqrt{(Hp)^2+(Vp)^2}-\rho y_1\right)^2-H_p^2\right]^{1/2}}{\rho} \qquad (11)$$

一般气球对水平风速 V 的阻力 Hp，可以从理论上估算为

$$Hp=\frac{1}{2}C_D\rho V^2S \qquad (12)$$

其中 S 为气球的迎风截面积，C_D 为阻力系数，对园形气球 C_D 约为 0.5，ρ 为气球所在高度 y_1 处的空气密度。

系留索的强度要大于 $T_{pmax}=\sqrt{V_p^2+H_{p\,max}^2}$，其中 H_{pmax} 是最大风速时气球所受的阻力。为了安全起见，应取一定的安全系数。

说明一下，上述计算忽略了系留索对风的阻力，当系留索线径很细时是可以的。若要考虑风的阻力时应对 y_1 和 l 值进行修正。另外，气球的升空高度也可用经纬仪交叉定位等方法进行实测。

二、球皮应力的分析和计算

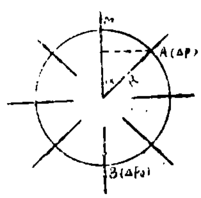

图 3

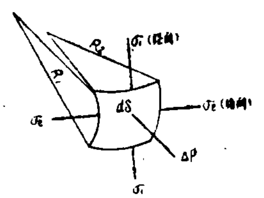

图 4

气球上各点应力分布情况，可以用球内充灌气体的压力和球外大气压力的差即超压 ΔP来表示（图3）。例如对于半径为 R 的园形气球上任意一点 A 的超压ΔP可表示为

$$\Delta P=\Delta P_0+\rho' R(1+\cos\alpha) \qquad (13)$$

其中 ΔP_0 为气球底部 B 点的超压，ρ′为气球所在处的大气重力密度。实质上，上式表明了球体上各点球皮的应力大小。当 α＝0 时，ΔP取极大值，即 $\Delta P_{max}=\Delta P_0+2\rho' R$，说明气球顶点 M 处球皮应力为最大。对于一般形状的气球，球皮的经向应力 σ_1 和纬向应力 σ_2（图 4 ）可以用薄膜应力的理论公式计算，即

$$\Delta P=\frac{\sigma_1}{R_1}+\frac{\sigma_2}{R_2} \qquad (14)$$

其中 R_1、R_2 分别为 dS 的经向和纬向曲率半径。

我们最关心的问题是气球吊挂重物后球皮的应力大小。为简单起见，计算一个半径为 R、吊挂物重为 P_M 的园形气球，当它处于平衡状态时，在不同 θ 角度处的经向应力 σ_1（图5）。根据力平衡条件，作用在 2πr 园周上，对应任意 θ 角经向应力 σ_1 的垂直分

量之和应与重物 P_M、球皮 S 的自重 M、超压的垂直向下分量 F_1相平衡，即

$$2\pi r\sigma_1\sin\theta=P_M+M+F_1 \tag{15}$$

其中 $M=\iint_s w\,ds$，w 为球皮单位面积的重量，$F_1=\iint_s \Delta P\cos\theta\,ds=\iint_s[\Delta P_0+\rho' R(1-\cos\theta)]\cos\theta\,ds$，将 M、$F_1$ 的积分表达式代入上式並积分得结果为

$$\sigma_1=\frac{P_M}{2\pi R\sin^2\theta}+\frac{1-\cos\theta}{\sin^2\theta}WR+\frac{1}{2}R(\Delta P_0+\rho' R)-\frac{1-\cos^3\theta}{3\sin^2\theta}R^2\rho' \tag{16}$$

根据 σ_1 的量值可以选取不同强度的材料（塑料薄膜、涂胶布等）制作气球球皮。对于其他形状的气球，也可按上述原理计算球皮的应力。实际上是先计算应力的大小，再设计气球形状的廓线方程。现一般采用球皮加筋、罩球衣、加网等方法来达到增大球皮强度和使应力分布均匀的目的。

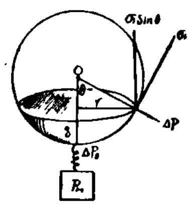

图 5

三、气球的超压

对于较大型的气球，超压 ΔP 是一重要的物理量。它不仅反映了气球上应力分布情况，同时还与气球的浮力、气球的抗风性能有关，下面分别加以讨论。

1. 气球的浮力

根据阿基米德原理，体积为 V 的气球的浮力 F 用下式表示

$$F=V\rho' \tag{17}$$

实际浮力 F 就是气球上各点超压 ΔP 垂直分量的和。若对半径为 R 的园形气球，可用（13）式积分求得浮力，即

$$F=\oint\!\!\oint \Delta P\cos\alpha\,ds=\oint\!\!\oint[\Delta P_0+\rho' R(1+\cos\alpha)]\cos\alpha\,ds=\frac{4}{3}\pi R^3\rho'=V\rho'$$

其结果是与 (17) 式一致的。

2. 气球的抗风性能

气球在停放过程中，往往遇到不同的风速，若当阵风风速的风压在气球迎风面的制动点上大于气球的超压 ΔP 时，球体局部会被吹成“勺子”形，阻力陡然增大，能出现拉断系留索等危险情况。为此，在球皮强度许可范围内适当选取超压是很重要的。对于不同风速 V 相应的风压公式为

$$q=\frac{1}{2}\rho V^2 \tag{18}$$

在气压为 760 毫米汞柱、T = 15 ℃ 时，对不同风速 V 的风压列表如下：

V	米/秒	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	13	15	20	25
q	公斤/米^2	0.06	0.25	0.56	1	1.56	2.25	3.06	4	5.06	6.25	10.56	14.06	25	38.06

当气球停放在相同的环境情况下，遇到15米/秒大风时，查表得相应的风压为 $q=14.06$ 公斤/米^2，这时要求气球最低点超压 $\Delta P_0 \geqslant 14.06$ 毫米水柱，气球迎风面制动点的超压 ΔP 可根据球皮材料强度取一定的安全系数。关于系留气球还有许多问题，例如球形的设计、球皮所带静电电量、充灌气体的成份等有待以后进一步讨论。

我们撰文时，请南京大学气象系教师于静明介绍了使用系留气球的宝贵经验和存在的问题，得到许多启发，在此表示感谢。

参 考 文 献

上海市民用建筑设计院、上海市中心气象台合著，风压问题的研究，科学技术出版社，1956。