南京气象学院学报
一九八〇年　第二期

气象参量在人工降水效果统计检验中的应用

程克明　周文贤

提　要

选择同雨量确实具有内在物理联系而与催化作业无关的某些气象参量（包括观测值、计算值和数值模拟输出值等）作为协变量，用分组筛选、再逐级回归，统计得出多元回归方程能够反映内在的物理规律，而且还可对自然降水条件等效的假设加以检验，以此评定人工降水效果，称之为“气象参量对比法”。

以福建古田25次人工降水随机试验为例，叙述“气象参量对比法”。这种方法只要求设置目标区。

一、引　言

降水效果的统计检验里“区域对比法”（有人称“区域控制法”），完全避开物理因素，单从雨量本身寻找答案，而且它以对比区雨量x为自变量，建立由随机决定的空白试验单元对比区雨量 x_i 与目标区雨量 y_i（因变量）的一元回归方程，只有当对比区与目标区天气条件、地理条件相似和雨量密切相关时，建立的一元回归方程才有意义。然后把随机决定催化试验单元的对比区平均雨量 $\overline{x_k}$，代入回归方程，得到催化试验单元目标区在不催化场合下的自然雨量平均期待值 $\widehat{\overline{y}}$，再与催化试验单元目标区实测的平均雨量 $\overline{y_k}$ 比较，以评定效果 $E=\overline{y_k}-\widehat{\overline{y}}$。但这也只有在自然降水条件等效的情况下，这种评定效果才成立。“区域对比法”里对比区雨量x是以自变量形式出现，与目标区雨量y并无物理联系，所以它无法对自然降水条件是等效的假定加以检验（一般是假设的）。如果我们选择与自然雨量有密切关系而与催化作业无关的某个气象参量作为协变量A来代替对比区雨量（自变量x），而且在随机决定的空白试验单元所选择的协变量 A_i 与目标区雨量 y_i（因变量）之间有很好的相关性，那么如由随机决定的自然雨量 $\widehat{y}_j$ 与空白

试验单元观测到的相应协变量 A_i 所决定的自然雨量$\widehat{y}_i$无显著差异，则自然降水条件A_j与A_i是等效的假设就有了依据。

如果我们选择的协变量同雨量确实具有内在的物理联系，统计得出的回归方程能够反映内在的物理因素，那么用来检验人工降水效果$E=\overline{y}_k-\overline{\widehat{y}}_j$就比较可靠。

A_j与A_i是否等效，只要看A_j决定的自然降水$\widehat{y}_j$与A_i决定的自然降水$\widehat{y}_i$有无显著差异。在$\widehat{y}_j$样本的方差与$\widehat{y}_i$样本的方差无显著差异的情况下可用t—检验(双样本)法；而在方差有显著差异的情况下可用Welch检验法。如果检验的结果，$\widehat{y}_j$样本的平均值$\overline{\widehat{y}}_j$与$\widehat{y}_i$样本的平均值$\overline{\widehat{y}}_i$无显著差异，就可认为自然降水条件A_j与A_i等效，可用$E=\overline{y}_k-\overline{\widehat{y}}_j$来评定效果（这里$\overline{\widehat{y}}_j$就是$\overline{\widehat{y}}$）。

如果$\overline{\widehat{y}}_j$与$\overline{\widehat{y}}_i$差异显著，说明催化试验单元和空白试验单元是在自然降水条件不等效的情况下比较的。若$\overline{\widehat{y}}_j$比$\overline{\widehat{y}}_i$显著地大，说明催化试验单元比空白试验单元自然降水条件“湿”，催化后实测雨量$\overline{y}_k$里包含的自然降水成份大；若$\overline{\widehat{y}}_j$比$\overline{\widehat{y}}_i$显著地小，说明催化试验单元比空白试验单元自然降水条件“干”，催化后实测雨量$\overline{y}_k$里包含的自然降水成份小。实际上，自然雨量是与多个气象参量有关的，所以一般选用的参量往往不止一个（包括观测值、计算值和数值模拟输出值等），只要选用的协变量与目标区雨量有内在联系，又不受作业(催化与否)的影响即可。这种方法可称人工降水效果统计检验的“气象参量对比法”。

二、方　法

古田水库三年人工降水共进行了101次随机试验[1]，因试验时间单元取三小时，所以在一天中可以试验多次。当有利催化天气条件出现时，就进行试验。现暂不考虑一日中试验二次或二次以上的资料，仅以其中一天只试验一次的25次随机试验为例，来说明“气象参量对比法”。

25次随机试验中，空白（对比）试验16次，催化试验9次。当时因雷达尚未标定，另外尚未开展数值模拟工作，所以只能利用每日早晨07时（北京时）福州探空资料为协变量，目标区试验时间单元（三小时）的雨量为因变量。

除了一日中仅试验一次和不设对比区外，其它如随机试验设计、催化剂、作业方法、雨量站的布置及雨量资料的整理等均与“区域对比法”同[1]。目标区雨量仍以加权平均法求取。催化前后的雨量的方差常常差异显著，所以不能运用t—检验而只能用Welch检验法。Welch检验法要求统计变量服从正态分布。根据古田水库101次随机试验的对比区自然雨量取5次方根值经柯尔莫哥洛夫(A.H.Колмогоров)检验后，吻合度为0.9430，所以雨量取5次方根值服从正态分布[2]。考虑到降水主要与云中液态水和上升气流等气象参量有关，所以协变量选取当日07时探空500毫巴的温度与露点差$S_m=T-T_d$和不稳定

面积的最大温度差 T_m。因温度一般服从正态分布，所以协变量 S_m 和 T_m 不作变换而取本身值。为便于分类检验，把锋面控制下所作的随机试验归为“气团界面”类，而把(冷)锋前、后和副高控制下所作的随机试验归为“气团内部”类。这样属“气团内部”的随机试验共进行 15 次(其中 10 次空白试验，5 次催化试验)，属“气团界面”的随机试验共进行了 10 次（其中 6 次空白试验，4 次催化试验）。

根据所选取的协变量 S_m、T_m 与目标区三小时雨量分类进行二元回归分析 $\hat{y} = a + b_1S_m + b_2T_m$。由最小二乘法原理定出系数 b_1、b_2 和 a。二元回归方程有无意义，由复相关系数 R 决定：

$$R = \sqrt{u/l_{00}} \tag{1}$$

其中 u 为回归平方和，l_{00} 为 y 总的离差平方和。

为了检验复相关系数 R 的显著性水平，有统计量

$$F = \frac{u/m}{Q/(n-m-1)} \tag{2}$$

其中 Q 为剩余平方和，m 为协变量个数，n 为空白试验次数。在 F—分布表上由自由度 $v_1 = m$，$v_2 = n - m - 1$ 查得 $F_{0.05}$ 值。若 $F > F_{0.05}$，则 R 在0.05 信度下有统计意义；若 $F < F_{0.05}$，则 R 在 0.05 信度下无统计意义。

根据分类统计，“气团内部”10 次随机空白试验和“气团界面” 6 次随机空白试验的二元回归方程及复相关系数 R 列于表 1。

表 1　回归方程及复相关系数

分　类	空白试验	二元回归方程	R	F	$F_{0.05}$	信度α
气团内部	10	$\hat{y} = 0.7727 + 0.2296S_m - 0.0654T_m$	0.77	5.165	4.74	<0.05
气团界面	6	$\hat{y} = 1.2233 - 0.0477S_m + 0.1005T_m$	0.52	0.56	9.55	>0.05

由表 1 可知，“气团界面” 6 次随机空白试验建立的二元回归方程无统计意义，而“气团内部”10 次随机空白试验复相关系数 R = 0.77，显著性水平已超过 0.05，所以“气团内部”协变量 S_m、T_m 与 y 建立的二元回归方程可以使用。

既然“气团内部”根据10 次空白试验探空资料 S_{mi} 和 T_{mi} 与目标区三小时雨量 y_i（5 次方根值）建立的二元回归方程有意义，那么 S_m 和 T_m 对目标区三小时雨量 y 的影响如何？为此引进偏回归平方和

$$P_1 = b_1^2\left(l_{11} - \frac{l_{12}^2}{l_{22}}\right) \tag{3}$$

$$P_2 = b_2^2\left(l_{22} - \frac{l_{12}^2}{l_{11}}\right) \tag{4}$$

其中 b_1 和 b_2 是回归系数，

$$l_{11}=\sum_{i=1}^{10}(S_{mi}-\overline{S}_{mi})^2$$

$$l_{22}=\sum_{i=1}^{10}(T_{mi}-\overline{T}_{mi})^2$$

$$l_{12}=\sum_{i=1}^{10}(S_{mi}-\overline{S}_{mi})(T_{mi}-\overline{T}_{mi})$$

比较 P_1、P_2 的值，就可以分清协变量对 y 影响的大小。再引进统计量

$$t_1=\sqrt{P_1}/S \tag{5}$$

$$t_2=\sqrt{P_2}/S \tag{6}$$

其中 S 为剩余标准差($S=\sqrt{Q/(n-m-1)}$)。t_1 或 t_2 值越大，S_m 和 T_m 因素越重要。t 值大于 1，对 y 有一定影响；大于 2，对 y 有重要影响；小于 1，对 y 影响不大，可以从二元回归方程中忽略不计。

根据(3)、(4)和(5)、(6)式计算，$P_1=0.2681$，$P_2=0.0673$ 和 $t_1=2.8607$，$t_2=1.4333$。由此可见，S_m 对 y 有重要影响，而 T_m 对 y 有一定影响且不能忽略。

这样就可以把随机决定的 5 次催化试验单元探空观测到的 $\overline{S}_{mi}$ 和 $\overline{T}_{mi}$ 代入二元回归方程，得到如果在不进行催化情况下，目标区自然雨量的平均值 $\widehat{y}_s=0.7727+0.2296\overline{S}_{mi}-0.0654\overline{T}_{mi}=1.3373$（5 次方根值）*，对 $\widehat{y}_s$ 进行 5 次方，得 $\widehat{y}_s'=5.720$（毫米/3 小时），而目标区经 5 次催化试验实测平均雨量 $\overline{y}_s'=5.355$（毫米/3 小时），所以催化的平均增量 $\overline{x}_s'=\overline{y}_s'-\widehat{y}_s'=-0.365$（毫米/3 小时）。

再把随机决定的 10 次空白试验单元探空观测到的 $\overline{S}_{mi}$ 和 $\overline{T}_{mi}$ 代入二元回归方程，得到目标区进行 10 次空白试验的自然雨量的平均值 $\widehat{y}_n=0.7727+0.2296\overline{S}_{mi}-0.0654\overline{T}_{mi}=1.2637$（5 次方根值），而目标区经过 10 次空白试验实测平均雨量 $\overline{y}_n=1.2637$（5 次方根值），所以空白的平均增量 $\overline{x}_n'=0$。故 $E'=\overline{x}_s'-\overline{x}_n'=-0.365$（毫米/3 小时）。

对 $E=\overline{x}_s-\overline{x}_n$（5 次方根值）进行显著性检验。对于双样本有 t—检验法和 Welch 检验法。前者要求催化的平均增量与空白的平均增量的方差无显著差异，后者要求催化

*凡催化作业量及空白作业量分别以脚码 s 及 n 表示。

的平均增量与空白的平均增量的方差存在显著差异。为此，先求出空白的平均增量和催化的平均增量的方差，它们分别为$S_n^2=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_{ni}-\overline{x}_{ni})^2=0.0255$(其中$N=10$)和$S_s^2=\frac{1}{M-1}\sum_{j=1}^{M}(x_{sj}-\overline{x}_{sj})^2=0.0954$(其中$M=5$)。通过F—检验，得$F=3.7412$和$F_{0.05}=3.63$，所以$F>F_{0.05}$，故$x_{sj}$与$x_{ni}$样本的方差有显著差异，要用Wlech检验法。

对于Welch检验法有近似统计量

$$Z=(\overline{x}_{sj}-\overline{x}_{ni})\Big/\sqrt{\frac{S_s^2}{M}+\frac{S_n^2}{N}} \tag{7}$$

自由度

$$v=\frac{\left(\frac{S_s^2}{M}+\frac{S_n^2}{N}\right)^2}{\frac{1}{M-1}\left(\frac{S_s^2}{M}\right)^2+\frac{1}{N-1}\left(\frac{S_n^2}{N}\right)^2} \tag{8}$$

在t—分布表上，由自由度v查得$t_{0.05}$值。若$|Z|\geqslant t_{0.05}$，则在0.05显著性水平下，$\overline{x}_{sj}$与$\overline{x}_{ni}$有显著差异；若$|Z|<t_{0.05}$，则在0.05显著性水平下，$\overline{x}_{sj}$与$\overline{x}_{ni}$无显著差异。

根据(7)和(8)式计算得到$Z=-0.1066$，$v=5$，在t—分布表上自由度$v=5$查得$t_{0.05}=2.015$，所以$|Z|\ll t_{0.05}$，于是说“气团内部”通过5次催化试验，目标区平均雨量减少了0.365毫米/3小时，偶然因素引起自然雨量减少这么多的可能性远远大于5%。

既然选取的协变量S_m和T_m与目标区三小时雨量y有密切的内在联系，又不受催化与否的影响，那么在随机决定的空白试验单元里，把探空观测到的$\overline{S}_{mi}$和$\overline{T}_{mi}$代入二元回归方程得到的目标区自然降水平均值$\overline{\hat{y}}_n$应与在随机决定的催化试验单元里，把探空观测到的$\overline{S}_{mj}$和$\overline{T}_{mj}$代入二元回归方程得到的目标区自然降水平均值$\overline{\hat{y}}_s$无显著差异(即$\overline{S}_{mi}$、$\overline{T}_{mi}$与$\overline{S}_{mj}$、$\overline{T}_{mj}$等效)，也只有在$\overline{\hat{y}}_n$与$\overline{\hat{y}}_s$无显著差异情况下，催化效果$E=\overline{x}_s-\overline{x}_n=(\overline{y}_s-\overline{\hat{y}}_s)-(\overline{y}_n-\overline{\hat{y}}_n)$才能成立。为了检验$\overline{\hat{y}}_n$与$\overline{\hat{y}}_s$差异的显著性，同样可以运用双样本t—检验法或Welch检验法。以何种检验为好，先求出$\hat{y}_{ni}$样本的方差

$\widehat{S}_n^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\widehat{y}_{ni} - \overline{\widehat{y}_{ni}}\right)^2 = 0.0377$ 和 $\widehat{y}_{sj}$ 样本的方差 $\widehat{S}_s^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{j=1}^{M}$

$\left(\widehat{y}_{sj} - \overline{\widehat{y}_{sj}}\right)^2 = 0.0879$。由 F—检验知，$F = 2.3316, F_{0.05} = 3.63$，所以 $\widehat{y}_{ni}$ 样本的方差与 $\widehat{y}_{sj}$ 样本的方差无显著差异，只用 t—检验法而不用 Welch 检验法。

对于双样本 t—检验法有统计量

$$t = \frac{\overline{\widehat{y}}_{sj} - \overline{\widehat{y}}_{ni}}{\sqrt{\frac{(M-1)S_s^2 + (N-1)S_n^2}{N+M-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{M}}} \tag{9}$$

自由度 $\nu = N+M-2$。在 t—分布表从自由度 ν 查得 $t_{0.05}$ 值。若 $t \geq t_{0.05}$，则在 0.05 显著性水平下，$\overline{\widehat{y}}_{sj}$ 与 $\overline{\widehat{y}}_{ni}$ 差异显著，表明自然降水条件不等效；若 $t < t_{0.05}$，则在0.05 显著性水平下，$\overline{\widehat{y}}_{sj}$ 与 $\overline{\widehat{y}}_{ni}$ 无显著差异，即自然降水条件等效。根据(9)式计算得到 $t = 0.5830$，$\nu = 13$，查 t—分布表 $t_{0.05} = 1.771$，所以 $t < t_{0.05}$，$\overline{\widehat{y}}_s$ 与 $\overline{\widehat{y}}_n$ 在0.05显著性水平下无显著差异，即自然降水条件等效的假设是成立的。

三、讨　论

1."气象参量对比法"只设目标区，不设对比区，选择与雨量有密切内在联系而与作业无关的协变量同雨量建立回归关系，统计得出的回归方程就能够反映内在的物理规律，而且可以对自然降水条件等效的假设加以检验，这样来检验人工降水效果就比较可靠。"区域对比法"是在假定自然降水条件等效的情况下进行效果检验，它避开成云降水的物理意义，单纯从统计上寻找降水效果的答案，並且要求同时设立对比区和目标区，常常难以满足对比区要求。

2."气象参量对比法"单从探空资料选取协变量，与雨量建立回归关系，常常相关性不好，由于降水不单与大气层结有关系，而且与天气动力过程、下垫面性质等等也有关系。为此选取探空资料温度与露点差 S_m、不稳定面积最大温度差 T_m、稳定度 S_I 和比湿 q（900、700、500毫巴比湿之和）作为协变量，计算对目标区三小时雨量的复相关系数，计算结果列于表 2。

如果协变量的范围扩大到雷达、卫星云图等观测值或计算值，如回波移动速度、回波（或云图）覆盖目标区百分比[3]和回波最大云顶高度[1]、反射因子及数值模拟方法的输出量[3]（近期只有云顶最大高度或可播性）等同探空观测值（还可选取不稳定能量、水汽通量散度等）一起作为协变量，可望提高与雨量的相关性。

人工降水试验设计应包括物理效果的统计检验，降水效果的统计检验和数值模拟三

个方面。数值模拟有赖于对降水和云物理过程的研究，从而极大地减少试验盲目性，另外降水效果的统计检验只有在自然降水条件等效假设成立的前提下进行，而且也只有为观测的物理效应（物理效果的统计检验）所证实，结论才是完整的。所以这三方面必须结合起来，也是效果检验的发展方向。

表 2　协变量与雨量的复相关系数及信度

气团内部					气团界面				
协变量		空白次数	复相关系数	信度	协变量		空白次数	复相关系数	信度
S_m	S_I	10	0.70	>0.05	S_m	S_I	6	0.71	>0.05
T_m	q	10	0.39	>0.05	T_m	q	6	0.60	>0.05
S_I	T_m	10	0.37	>0.05	S_I	T_m	6	0.56	>0.05
S_I	q	10	0.46	>0.05	S_I	q	6	0.70	>0.05
S_m	q	10	0.70	>0.05	S_m	q	6	0.71	>0.05

3. 协变量可以是作业前或作业时或作业后的物理量，只要与雨量有密切的内在物理联系而与催化作业无关即可。如选取作业前的某物理量作为协变量与试验时间单元目标区雨量建立的回归关系，实质上是天气预报问题（把协变量看作预报因子，雨量看作预报对象），但在人工降水里，对预报量的精度要求更高。如在作业时或作业后选取的协变量，一定要注意不受催化的影响，尤其把云顶最大高度（或回波最大高度、不稳定能量等）作为协变量，是否与催化有关，需要进行验证，才能确定。

也可以选择某些历史资料的观测值与在试验时间单元目标区雨量有内在联系的物理量作为协变量，並建立它们之间的回归方程，然后把由随机决定的空白试验单元所观测的相应协变量和催化试验单元所观测的相应协变量分别代入历史回归方程，得到空白试验单元目标区在试验时间单元内的自然降水值$\overline{\widehat{y}_n}$和催化试验单元目标区在试验时间单元内的自然降水值$\overline{\widehat{y}_s}$，而目标区在试验时间单元内由随机决定的空白试验单元和催化试验单元的雨量是实测的，分别为$\overline{y}_n$和$\overline{y}_s$。在$\overline{\widehat{y}_n}$与$\overline{\widehat{y}_s}$的自然降水条件等效的情况下（通过检验），催化效果表示成[4]

$$E=\left(\frac{\overline{y}_s}{\overline{\widehat{y}_s}}:\frac{\overline{y}_n}{\overline{\widehat{y}_n}}\right)100\% \tag{10}$$

效果 E 的显著性水平可通过$(y_s/\widehat{y}_s)_i$与$(y_n/\widehat{y}_n)_i$的双样本检验法确定。为了简便起见，往往采用秩和检验法，但秩和检验法为达到某一显著性水平要比 t 一检验法有更多的试验次数。这种方法，在苏联乌克兰大草原夏季积云人工降水试验中曾用过，根据

1961—1972 年积云的雨量和雷达资料得出历史回归方程，再把 1973—1976 年进行的随机试验所观测的雷达资料代入历史回归方程，由（10）式计算出效果。试验表明，催化对当地积云云顶高度没有显著的作用。这种方法依赖历史资料，历史回归方程不能预测历史上未曾出现过的天气，在试验设计选择协变量时，此法倒可使用。

4．“气团内部”通过 5 次催化，目标区三小时雨量减少了 0.365 毫米，这减少的雨量在统计上显著性水平不高，可能是试验次数少而引起的，也可能是积状云自然变差大而引起的（“气团内部”15次随机试验单元里正好全部是对积状云试验）。

5．对于方差不等情况下的多元回归分析，目前尚无一般的检验法，通常作双样本处理。在总体服从正态分布的前提下，可采用 t —检验和 Welch 检验法，在不要求总体服从正态分布的情况下，一般采用秩和检验法。

6．通过大量的随机试验，根据不同的催化对象、不同的云顶高度（或温度）、不同的催化剂及不同的播撒方法等分类统计，就可以得出本地区人工降水的最佳条件，以便于指导抗旱斗争。又因为“气象参量对比法”不设对比区，较为实用。

本文在王鹏飞先生指导、修改下完成。并得到唐东升、屠其璞和王得民等同志帮助与有益的讨论。一并深表谢意。

参 考 文 献

[1] 福建省气象局气科所、南京大学气象系，执笔人叶家东、程克明，古田水库地区人工降水试验效果统计分析，大气科学，1979，第二期，131—140 页。

[2] 叶家东、程克明、曾光平，中国福建古田随机播云试验结果，1979，7 月（推荐参加世界气象组织第三届人工影响天气学术会议）。

[3] W.L. Woodley、J. Simpson、R. Biondini and G. Sambataro, Papers presented at the Second WMO Scientific Conference on Weather Modification, 1976, pp. 151—158.

[4] Е.Е.Корниенко, Труды УкрНИГМИ, Вып.163, 1978, стр.15—28。