

ENSO事件在相空间中的轨迹特征 及其混沌吸引子的维数

严绍瑾 彭永清 王建中

提 要

本文利用近代物理学中提出的分析方法,对ENSO事件在相空间中的轨迹特征进行了描述。主要是将(1)赤道东太平洋niño-3区中, 2.5°S 、 125°W 处的1958—1972年海温月距平; (2)1949—1983年南方涛动指数(复活节岛海平面气压减去达尔文站海平面气压的差)的时间序列资料进行了相空间拓展。计算了吸引子关联函数 $C(r)$,进一步确定了吸引子的维数,分别为 $d_E=3.1$ 、 $d_S=3.2$,具有分维结构,故为奇怪吸引子,从而得知ENSO事件为一混沌现象。因此,为了支撑这样的奇怪吸引子,至少需要由四阶确定性的非线性微分方程(或者说,需要由四个相变量)才能对ENSO事件进行描述。

愈来愈多的观测事实表明,中高纬度地区的世界性气候变化以及赤道地区的气候现象,都与热带海洋及海洋上大气环流的年际变化相关联。由于在热带和赤道地区附近,柯氏力作用显著减弱,大气与海洋之间的相互作用在热带就更为有效,厄尔尼诺(El Niño)现象便是赤道东太平洋地区大气与海洋之间强烈耦合的突出表现。而热带地区大气则表现出一种遥相关,最著名的就是南方涛动(SO),其表现为在同一位相中,澳大利亚北部是高压,而南太平洋中部是低压,在位相交替时,形成相反的气压距平。厄尔尼诺现象和南方涛动是相互联系的,一般统称为ENSO事件,它反映了全球气候的年际变化。

厄尔尼诺现象从1860年到1988年的128年中共出现了34次,似乎它具有某种规律性,譬如说:厄尔尼诺现象具有2—7年的周期,且又以3—4年周期为主。而有意义的是,有人曾试将1860—1986年出现过的34次厄尔尼诺年作过排列*,发现从1860年起每19年中都包含有5个厄尔尼诺年,19年中的前11年有3个,后8年中有2个。我们发现,19年这个值,正好与地球章动的振动周期18.6年相一致,这似乎意味着厄尔尼诺现象,从气候变化的时间尺度来看,它可能跟地球由于其质量中心在空间自转时,转轴在空间

1988年12月5日收到,1989年3月24日收到修改稿

*何菊英,厄尔尼诺发生年的中国气候特点及其天文背景,长期天气预报研究通讯,(总第九期)第8605号,

1989,2:1—4)

的变化规律有关。由此可知,厄尔尼诺现象以及与之相联系的ENSO事件是一个复杂现象。

关于ENSO事件,在理论上,近年来在研究Kelvin-Rossby波对信风距平的响应模式^[1]试验方面,取得了相当大的进展;关于对海洋上层边界层响应模式^[2]方面也有新的开拓。不过,我们以为,对描述象厄尔尼诺-南方涛动这样的复杂现象,还需要根据现有的观测资料对其进行相空间分析,以便给出它在相空间中的相型和它可能具有的混沌吸引子的分维数,从而确定描写该现象的确定性微分方程所应具有的阶段(或者说,描写它所应包含的相变量个数)。

一、资料和方法

本文将根据文献[3]所给出的1958—1972年赤道东太平洋niño-3区中,2.5°S、125°W处的海面温度月距平值,及文献[4]所给出的1949—1983年(复活节岛海平面气压减去达尔文站海平面气压的差所表示的)南方涛动指数SOI的月平均值所组成的两个时间序列(如图1所示),分别作相空间拓展,即将一维时间序列 $\{X(t)\}$ 按给定的时间

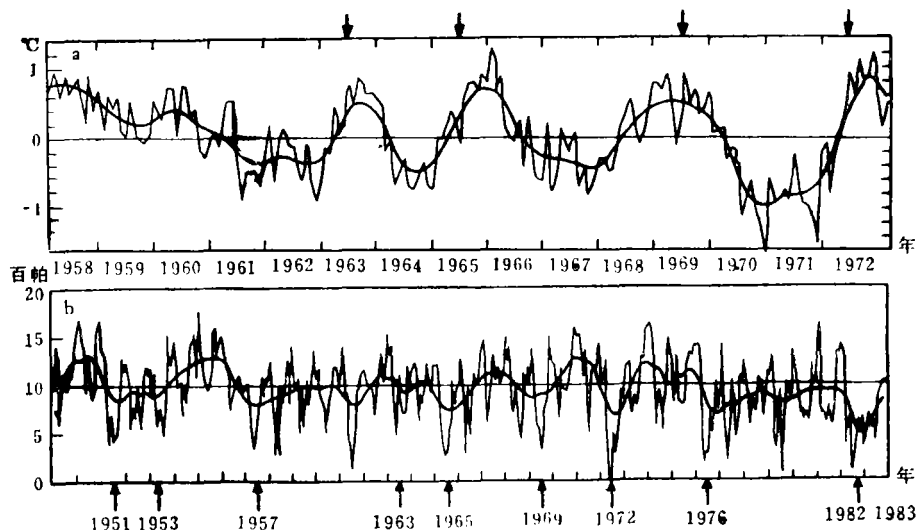


图1 a.赤道东太平洋niño-3区中,2.5°S、125°W处海面温度月距平曲线(引自文献[3])

图中上方箭头指明厄尔尼诺年;

b.南方涛动指数SOI的月平均值曲线(复活节岛海平面气压减去达尔文站海平面气压的差值,引自文献[4])。图中下方箭头指明厄尔尼诺年

滞后 τ 作漂移。这样,可得到一组新的序列,它们是

$$X(t), X(t+\tau), X(t+2\tau), \dots, X(t+(n-1)\tau)$$

具体写出来如下

$$\left\{ \begin{array}{cccc} X(t_1) & , & X(t_2) & , \dots, X(t_N) \\ X(t_1+\tau) & , & X(t_2+\tau) & , \dots, X(t_N+\tau) \\ X(t_1+2\tau) & , & X(t_2+2\tau) & , \dots, X(t_N+2\tau) \\ \vdots & & \vdots & \dots, \vdots \\ X(t_1+(n-1)\tau) & , & X(t_2+(n-1)\tau) & , \dots, X(t_N+(n-1)\tau) \end{array} \right. \quad (1)$$

经过这样处理之后, 我们得到了 n 维相空间中由 N 个点组成的新序列, 这意味着, 我们通过已知的一维序列 $\{X(t)\}$ 重建了一个具有 n 维的动态系统。这时, 该 n 维相空间中的一个点(即(1)式中的一列)就表示了该系统的某个瞬时状态, N 个点的连线构成了点在相空间中的轨迹。轨线表示了系统状态随时间的变化, 从而我们可以确定相空间中该系统的相型。

从理论上讲^[5], 若我们已知描写某动力系统的微分方程后, 通常都必须考察方程解的极限集合的特征, 即把相空间某一区域中的点都取作初值, 来考察轨迹在 $t \rightarrow \infty$ 时的极限行为。如果 $t \rightarrow \infty$ 时, 系统趋向于一个与时间无关的定常态, 即相空间中的一个特定点, 这就是不动点, 称它是零维的吸引子; 如果 $t \rightarrow \infty$ 时, 系统中剩下一个周期振动, 这是一维的吸引子——极限环; 二维以上的吸引子表现为相空间中相应维数的环面; 以上是非线性系统可能具有的 $0, 1, 2, \dots$ 各种维数的平凡吸引子。如果是混沌运动, 则对应为在一定区域内随机分布的永不封闭的轨道; 混沌轨道会把相空间中有限区域“填满”, 但在更小的尺度上留下空隙, 形成奇怪吸引子。

虽然, 目前我们所考察的不是具体的描写 ENSO 事件的解集合, 而是由它的一维时间序列资料经过拓展而构成的 n 维相空间中的点列。但是, 我们可以利用近代物理学中所提出来的分析方法, 即通过计算相空间中吸引子关联函数, 来确定描述 ENSO 事件的动力系统可能存在的吸引子特征。

为了方便起见, 引入矢量记号 X_i 。它表示 n 维相空间中的一个点, 其坐标为

$$x(t_i), x(t_i+\tau), \dots, x(t_i+(n-1)\tau)$$

定义 $|X_i - X_j|$ 为点 X_i 与其它 $N-1$ 个点 X_j 之间的距离, 对所有点, 按下式计算统计量 $C(r)$

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \theta(r - |X_i - X_j|) \quad (2)$$

式中 $\theta(p)$ 称为海威希德函数, $p = r - |X_i - X_j|$ 。我们规定: 当 $p < 0$ 时, 则令 $\theta(p) = 0$; 当 $p > 0$ 时, $\theta(p) = 1$ 。这就是说, 在给定的 r 范围内, 若距离 $|X_i - X_j|$ 比给定的 r 都大, $\theta(p) = 0$, 求和后 $C(r) = 0$ 表示相点散布在 r 范围之外; 反之, 若距离均小于 r , 则 $\theta(p) = 1$, 且 $C(r) = 1$, 相点便均在 r 范围之内。一般说来, $0 \leq C(r) \leq 1$, $C(r)$ 刻画了相对于空间某参考点 X_i 在 r 内的相点聚集程度, 故称它为吸引子关联函数。 $C(r)$ 是

r 的函数, 表示为^[6]

$$C(r) = r^d$$

于是

$$d = \frac{|\ln C(r)|}{|\ln r|} \quad (3)$$

由此可以根据 r 和 $C(r)$ 的值来确定吸引子的维数 d 。 d 可以不必是整数, 由此定义推广的分数维称为分维, 分维是动力系统混沌运动的主要标志之一。

二、计算结果及其讨论

为了简单起见, 我们试将经过拓展的时间序列组, 取海温距平序列在二维相空间中的轨迹和南方涛动指数在三维相空间中的轨迹为例(如图 2 所示), 来加以说明。

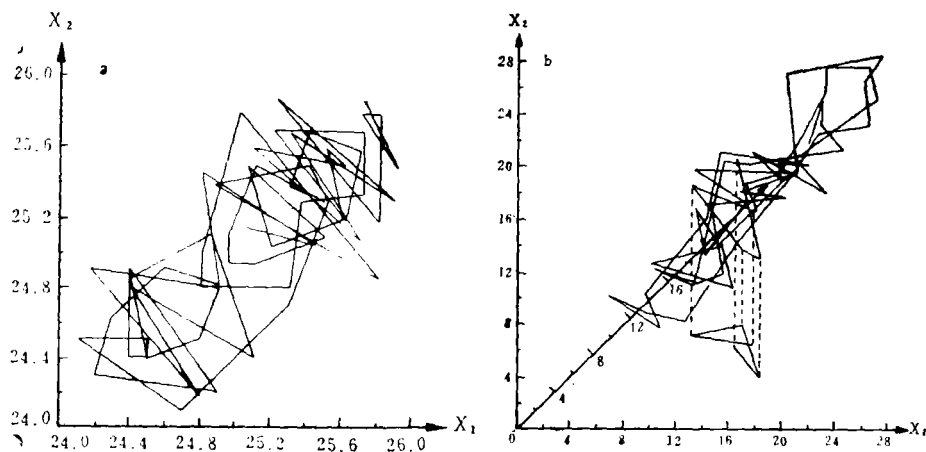


图 2 a. 海温距平序列在二维相空间中的轨迹; b. 南方涛动指数在三维相空间中的轨迹

通常, 人们总是从一维时间序列资料中去寻找某种可能存在的周期。譬如, 可以通过对图 1 中的海温距平和南方涛动指数随时间变化的曲线, 作 12 个月滑动平均, 如图 1 中粗实线所示。由滑动平均曲线可以看出, 大致存在着 3—4 年的周期。或者通过功率谱计算也可以检测出由谱峰所对应的有 4 年的显著周期。但实际资料本身所具有的形态是复杂的: 两次厄尔尼诺现象之间可以相隔 1 年、2 年、3 年……乃至 6 年, 南方涛动指数的交替, 其变化也可以有 3—7 年。而由图 2 可见, 它们在相空间中的轨迹分布在一个有限的区域内, 无论二维(图 2a)或三维(图 2b)的相型, 都清楚地展现了 ENSO 事件具有潜在的复杂性, 因此必须从一个新的角度来研究它们。这就是要通过计算吸引子关联函数来确定实际资料中蕴含的吸引子的分维数。

将经过拓展的 n 维相空间资料, 按(2)式进行计算, 求出海温距平与涛动指数的吸引子关联函数 $C(r)$ 随 r 的变化如图 3 所示(图中取双对数坐标)。

由图 3 可见, 对于从 $n = 2$ 到 $n = 7$ 的 $\ln C(r)$ 与 $\ln r$ 的关系, 的确存在一个相当宽的范围, 其中两者的关系是线性的。我们将图 3 中坐标原点附近的斜率, 作为(3)式中的 d 。

其次, 观察当 n 增加时, 斜率 d 是如何变化的。若当 n 超过某个值以后其斜率 d 便几乎相等, 则说 d 值达到了饱和, 饱和值 d 就被看作是由时间序列描述的吸引子的维数。与饱和值 d 相对应的 n 值可以看作描述 d 维吸引子所需的最少变量数。

根据海温距平的时间序列资料计算求得的图3a中曲线斜率在 $n=4$ 时达到饱和, 对应的斜率 $d_E=3.1$; 而根据南方涛动指数资料计算求得的图3b中曲线斜率亦在 $n=4$ 时达到饱和, 而对应的斜率 $d_S=3.2$ 。这表明ENSO事件具有分维特征。为清楚起见, 图4给出了维数 d 与相空间变量数 n 的相互关系, 以实线表示。由图可知, ENSO事件的演变是具有(分维数为3.1或3.2的)奇怪吸引子的确定性动态系统的一种表现, 尽管吸引子具有分数维这一事实说明ENSO事件的易变性和具有混沌特征, 但它毕竟不象白噪声过程那样需要无穷多个变量才能描述(图4中的虚线就是表示考虑的时间序列为高斯白噪声的 d - n 关系), 而是可以被约化为一组有限的关键变量来加以描述。或者说, 它可以通过4阶微分方程组来加以描写, 只要在此有限维相空间中能支撑起对应的分维吸引子结构就行。

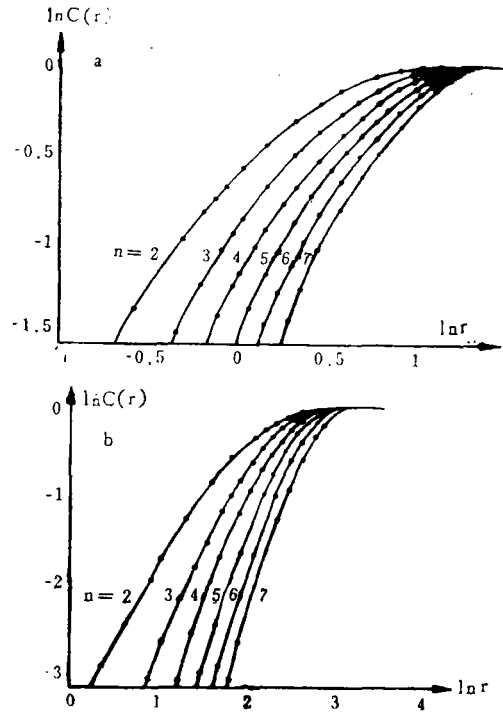


图3 $C(r)$ 随 r 的变化
a. 海温距平; b. 南方涛动指数

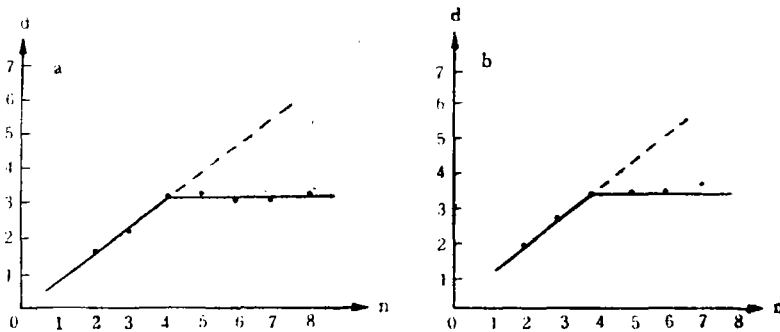


图4 d 与 n 的关系 a. 海温距平; b. 南方涛动指数

由以上计算结果还可以看出, 虽然厄尔尼诺现象与南方涛动是两个不同海域内发生的现象, 用来分析的资料也不相同: 一个是表征海洋年际变化的海温距平, 另一个是表征大气气压场年际变化的气压差。但由于它们之间反映出来的海气相互作用是在同一个全球气候变化的大背景下发生的事件, 把它们放到相空间中来考察, 则得到类似的相型

和具有相近的混沌吸引子特征。

三、结 语

我们知道,为区别周期运动和混沌运动,用以表征混沌运动特性的特征量是分维的概念。分维是关于混沌相空间的一个特征量,本文通过对海温月距平和南方涛动指数的时间序列的拓展,经过计算确定吸引子的维数分别为 $d_E=3.1$ 和 $d_S=3.2$,具有分维结构,为奇怪吸引子,从而可以判断ENSO事件为一混沌现象。这一基本特征的确定为人们认识和研究ENSO现象提供了新的信息。首先,混沌不是混乱无序,而是某种不具备周期性的有序。混沌运动是一种耗散体系的非线性现象,因此对ENSO现象的研究,必须引进非线性机制。当前在近代物理学领域内对如何走向混沌之路的各种机制的讨论,对认识ENSO现象的产生可能会有所启示。其次,由于吸引子的分维数为 $d_E=3.1$ 和 $d_S=3.2$,因此要支撑这样的奇怪吸引子,至少需要由4个相变量所组成的动力学系统才能对ENSO事件进行描述。第三,作为混沌运动的另一个重要的特征是内在随机性,表现为对初始条件十分敏感。正是对初值的敏感性,使得物理量在奇怪吸引子上的平均值反而对初值不敏感。尽管我们有完全确定的动力学方程,但一旦体系进入混沌时,由于奇怪吸引子的出现,原来的初始条件失去了意义,而且在奇怪吸引子上的运动不存在周期性,因此各种状态将全部遍历,对这种混沌状态可以在引入定常态的分布函数后,进行统计描述。

参 考 文 献

- [1] O'Brien, J. J., Busalacchi, A., Kindle, J., Ocean models of El-Niño, Wiley-Interscience, New York, 159—212, 1981.
- [2] Hughes, R. L., On the equatorial mixed layer, Deep-Sea Res., 27, 1067—1078, 1980.
- [3] Oört, A. H., Global atmospheric circulation statistics (1958—1973) NOAA Professional paper No. 14 (U.S.GPO, Washington, D.C.), 1983.
- [4] Rasmusson, E. M. and Wallace, J. M., Meteorological aspect of the El Niño/South Oscillation, Science 222, 1195, 1982.
- [5] 郝柏林, 关于确定论系统中的内在随机性, 物理学进展, 3卷, 3期, 329—415, 1983.
- [6] Nicolis, C., Nicolis, G., Is there a climate allractor? Nature 311: 529—532, 1984.

CHARACTERISTIC TRAJECTORY OF ENSO EVIDENCE IN PHASE SPACE AND DIMENSION OF ITS CHAOTIC ATTRACTOR

Yan Shaojin Peng Yongqing Wang Jianzhong

ABSTRACT

In this paper, by using the method provided in modern physics, the time series data of ENSO evidence are expanded in phase space. The data include: (1) SSTA at 2.5°S , 120°W in the equatorial East pacific during the 1958—1972 period and (2) SOI during the 1949—1983 period. The correlation of the attractors is calculated and the dimension determined, being $d_E=3.1$ and $d_S=3.2$ respectively, so that the ENSO events possess strange attractors. As a result, they should be described by at least employing 4 order ordinary differential equations for holding the strange attractor.