

模式的水平与垂直分辨率相互协调问题的数值试验

匡本贺 崔春光

(武汉暴雨研究所) (武汉中心气象台)

提 要

从三维平流方程出发, 导出模式的水平与垂直分辨率间的协调关系式, 并进行了实例计算, 得到一些有益的结果。

近年来国内外许多气象工作者, 为了提高模式预报能力, 对模式的水平和垂直分辨率对预报结果的影响已进行过一些试验。Yamasaki^[1]和Rosenthal^[2]在数值模式中避免使用积云对流参数化方法, Rosenthal采用20千米的网格, 只考虑网格尺度的凝结, 同样也模拟了台风的发展。陈秋士等在研究环境场对台风的形成、发生、发展的数值试验中, 只考虑25千米的网格尺度的凝结, 而未采用积云对流参数化方法, 亦取得了令人满意的结果^{*,**}。试验表明: 采用适当的水平网格分辨率可以提高模式对台风的预报能力。在用数值模式研究中小尺度天气系统的发生、发展和我国梅雨锋降水过程时, 章震越等在“一次梅雨锋降水的数值模拟”中, 发现用常规资料, 取 $\Delta s=100$ 千米时, 模拟不出相距百多千米的两条降水带。但利用加密资料, 取 $\Delta s=30$ 千米时, 模拟出了与实况十分相近的两条雨带。因而在一定程度上, 中尺度天气系统的物理过程可以在细网格模式中复制出来。但应指出: 已有的工作都未能专门拟就水平和垂直分辨率对长江中上游暴雨预报结果影响的问题进行讨论, 两者之间的协调关系也不太明确。另外, 根据周晓平等的长江中游暴雨数值预报的试验研究和文献[3]的工作, 虽然平均的暴雨技术评分TS值达到了23%, 总的看效果不算差, 但对每一个个例仔细检查后发现, 有的预报还是不理想。故本文就模式的水平与垂直分辨率两者之间协调关系对预报结果的影响问题予以初步讨论。

随着数值预报的进一步深入, 人们开始逐渐注意到模式的水平与垂直分辨率之间互相协调的重要性^{***, [4]}。由于两种分辨率处于同一差分方程组的整体之中, 它们之和共同决定了方程组的截断误差。如何减小截断误差, 提高数值预报的精度, 就需要在模式设计中考虑水平格距与垂直分层的相互匹配与协调。虽然数值预报的精度是由水平与垂直分辨率两者的截断误差之和来决定, 但模式计算中这两种误差往往相差很大, 需要针对

*陈秋士、王音收, 环境气流影响下台风发展的数值模拟, 第4次全国数值预报会议材料, 1986, 7

**张 晟、陈秋士, 非轴对称模式中环境场对台风形成影响的数值试验, (材料同上)

***陆维松, 垂直分辨率协调问题的研究, 中期数值预报研究课题技术报告

不同问题加以处理。本着既保证预报精度，又不使计算量过大，在处理模式的垂直与水平分辨率引起的截断误差时，假定两者引起的截断误差量级相等。本文从三维平流方程出发，导出了两种分辨率之间的近似协调关系式，并用大气所有有限区域细网格降水数值预报模式开展了分辨率协调性方面的试验，取得了一些有益的结果。

一、垂直分层与水平格距的协调关系

考虑三维线性平流方程

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial A}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial A}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial A}{\partial p} = 0 \quad (1)$$

式中 \bar{u} 、 \bar{v} 、 $\bar{\omega}$ 均为常数。

$$\text{令} \quad A = \hat{A} \exp\{I(kx + ly + mp - \sigma t)\} \quad (2)$$

将(2)代入(1)得

$$\frac{\partial \hat{A}}{\partial t} = -I(k\bar{u} + l\bar{v} + m\bar{\omega}) \hat{A} \quad (3)$$

式中 $I = \sqrt{-1}$ ，将(1)式中平流项改写为中央差形式即

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{i,j}^n}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{\Delta x} (A_{i+1,j}^n - A_{i-1,j}^n) + \frac{\bar{v}}{\Delta y} (A_{i,j+1}^n - A_{i,j-1}^n) \\ + \frac{\bar{\omega}}{\Delta p} (A_{i,j}^{n+1} - A_{i,j}^{n-1}) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $i, j = 1, 2, \dots$ 表示 x, y 方向格点数， $n = 1, 2, \dots$ 表示垂直分层数， $\Delta x = \Delta y = \Delta s$ 、 Δp 分别表示水平格距和垂直厚度。

$$\text{同样令} \quad A_{i,j}^n = \hat{A} \exp\{I(kx_i + ly_j + mp_n - \sigma t)\} \quad (5)$$

其中 $x_i = i\Delta s$ ， $y_j = j\Delta s$ ， $p_n = n\Delta p$ 。

将(5)代入(4)得

$$\frac{\partial A_{i,j}^n}{\partial t} = I \left\{ \frac{\bar{u}}{\Delta s} \sin k\Delta s + \frac{\bar{v}}{\Delta s} \sin l\Delta s + \frac{\bar{\omega}}{\Delta p} \sin m\Delta p \right\} A_{i,j}^n = 0 \quad (6)$$

(3)-(6)得

$$R(\text{余差}) = \bar{u} \left(k - \frac{\sin k\Delta s}{\Delta s} \right) + \bar{v} \left(l - \frac{\sin l\Delta s}{\Delta s} \right) + \bar{\omega} \left(m - \frac{\sin m\Delta p}{\Delta p} \right) \quad (7)$$

(7)式右端 1, 2 项为水平分辨率所引起的截断误差，等 3 项为垂直分辨率所引起的误差。

对于天气尺度的环流运动，一般可取 $\bar{v} = 0$ ，而对次天气尺度和中尺度系统，如台风、暴雨，可近似认为系统在 x, y 方向尺度相等(即 $k = l$)。因此，(7)式右边前两

项可归并为一项, 即

$$R(\text{余差}) = \overline{u'} \left(k - \frac{\sin k \Delta s}{\Delta s} \right) + \overline{\omega} \left(m - \frac{\sin m \Delta p}{\Delta p} \right) \quad (8)$$

对正弦函数作泰勒展开, 略去 7 阶以上小量有

$$R(\text{余差}) = \overline{u'} \left\{ k - \frac{k \Delta s - \frac{1}{3!} (k \Delta s)^3 + \frac{1}{5!} (k \Delta s)^5}{\Delta s} \right\} \\ + \overline{\omega} \left\{ m - \frac{m \Delta p - \frac{1}{3!} (m \Delta p)^3 + \frac{1}{5!} (m \Delta p)^5}{\Delta p} \right\} \quad (9)$$

差分方程的截断误差 R 由水平和垂直分辨率两项误差之和共同决定。因此需要寻求 Δs 和 Δp 的关系, 以使 R 取极小值。

$$\text{令} \quad \frac{\partial R(\text{余差})}{\partial \left(\frac{\Delta s}{\Delta p} \right)} = 0 \quad (10)$$

将(9)代入(10)整理得到

$$\frac{\Delta s}{\Delta p} = \frac{\overline{u'}}{\overline{\omega}} \frac{1}{3!} \left(\frac{2\pi \Delta s}{L_s} \right)^3 - \frac{2}{5!} \left(\frac{2\pi \Delta s}{L_s} \right)^5}{1}{3!} \left(\frac{2\pi \Delta p}{L_p} \right)^3 - \frac{2}{5!} \left(\frac{2\pi \Delta p}{L_p} \right)^5} \quad (11)$$

其中 $L_s = \frac{2\pi}{k}$, $L_p = \frac{2\pi}{m}$ 分别为水平和垂直方向波长。(11)式又可写为

$$\frac{\overline{u'}}{\overline{\omega}} \left(\frac{L_p}{L_s} \right)^3 \cdot \left(\frac{\Delta s}{\Delta p} \right)^2 \cdot \frac{1 - \frac{1}{10} \left(\frac{2\pi \Delta s}{L_s} \right)^2}{1 - \frac{1}{10} \left(\frac{2\pi \Delta p}{L_p} \right)^2} = 1 \quad (12)$$

此式即为使差分方程截断误差 R (余差) 取极值时的 Δs 与 Δp 的关系式。可以验证: 在(12)式下 $\frac{\partial^2 R}{\partial \left(\frac{\Delta s}{\Delta p} \right)^2} \geq 0$, 即当水平与垂直分辨率满足(12)式时截断误差 R 取极小值。

例如, 对大气所有有限区域细网格降水 5 层模式有: $\Delta p = 180$ 百帕, 而对夏季我们仅考虑了暴雨次天气尺度系统的作用。取 $L_p = 500$ 百帕, $L_s = 600$ 千米, $\frac{\overline{u'}}{\overline{\omega}} = 10^4$ 米/百帕,

代入(12)式可得 $\Delta s \approx 52$ 千米, 即水平格距可取 50 千米。

若垂直分层取 9 层, 即 $\Delta p = 100$ 百帕, 则水平格距 $\Delta s \approx 25$ 千米。

由此看来, 水平分辨率与垂直分辨率并非毫无联系而可随意选取。如上面所举大气模式中, 当取 5 层时, 水平格距取 50 千米为宜。由此可以说明任何一个模式不是分

分辨率越高效果越好，而是在模式的水平和垂直分辨率满足一定的协调关系时，预报效果才会较好。这种关系在下面的实例中得到了进一步证实。

二、试验方案

针对前面计算结果设计的试验方案(见表1)。实验1为基本的实验，垂直分层取5层，水平格距100千米。实验2是把垂直分层增加为9层，水平格距不变。实验3是水平格距为50千米，垂直分层为5层。在三个方案中，试验计算区域中心均位于武汉附近(115°E, 30°N)。

表1 试验方案

方 案	水平格距(千米)	垂直分层	积分范围(格点)	预报时效(小时)
1	100	5	30×24	24
2	100	9	30×24	24
3	50	5	60×48	24

三、试验结果

为了考查模式对不同天气系统产生暴雨的预报能力，特选取两个不同类型的个例进行了试验。

1. 一次新生低涡暴雨过程

从卫星云图上可以看出(图略)，从1986年6月15日08时至16日08时，长江中下游地区有3个云团新生，并对应有3个暴雨中心。它们分别位于川东、鄂西(62毫米降水集中在前12小时)，大别山西侧(96毫米)和南京以东(97毫米)，这两个暴雨中心集中在后12小时(见图1)。

这是一次典型的低涡新生暴雨过程。从700百帕图上可以发现，15日20时江汉平原地区新生出一低涡，中心强度为3040位势米(图2a)。虽然影响这次暴雨过程的主要中尺度低涡，在方案1，2中均能模拟出来(图2b)。但15日20时700百帕图上新生于江汉平原的一个中尺度低涡位置预报偏西100千米，强度也比实况弱得多；实验3预报的这一新生低涡的强度和位置比方案1，2更接近实况，中心强度也为3040位势米，(图2c)。

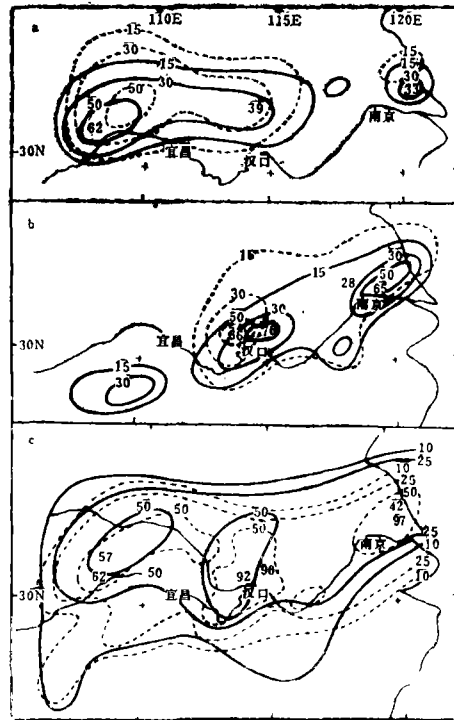


图1 1986年6月15日08时至16日08时24小时各时段降水预报及实况图(方案1) a为15日08时至20时情况，b为15日20时至16日08时情况，c为15日08时至16日08时情况；实线为实况，虚线为预报

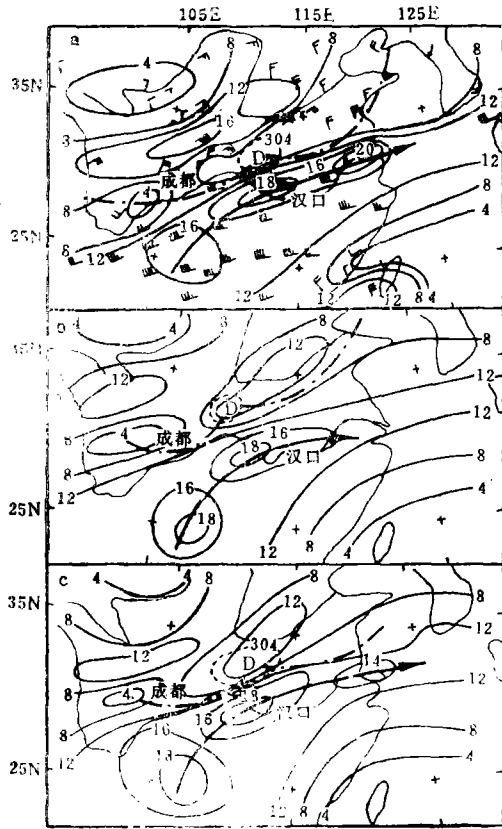


图2 1986年6月15日20时700百帕形势预报及实况图
a.实况, b.方案1预报, c.方案3预报, 实线为等
压速线, 虚圆为低涡中心, 点虚线为槽轴线, 箭
头线为急流轴线

由暴雨的技术评分TS对各方案进行检验。方案1和2中降水预报和24小时落区预报虽基本与实况一致, 但预报的雨量大小与降水范围, 都比方案3差。表2上半部分是这次过程暴雨落区TS*评分值(见表2说明)和暴雨中心预报数值。由表可见: 方案1, 2均只能报出川东、鄂西和大别山西侧的两个暴雨中心, 南京以东的另一暴雨中心漏报(见图1c)。但方案3把3个暴雨中心都报出来了。此外, 暴雨中心预报值比前两个方案平均提高了10%。从表2的暴雨落区评分上看, 方案3大于50毫米/日的TS值最大为28%, 比前两个方案都有所增加。

这次暴雨降水具有明显的阶段性, 比较每12小时内的降水可看到: 在各个方案中随着预报时间的延长, 只有方案3的TS值增大, 即12—24小时的后12小时>30毫米的TS值比方案1, 2的预报水平都有所提高。由此可看出提高模式的水平分辨率使之与垂直分层协调时, 对暴雨预报结果是有一定改进的。

表2 两次暴雨过程降水落区TS评分及暴雨中心预报情况

日期	降水量级	方案	降水落区		降水强度	暴雨中心		预报 情况	实况 情况	预报 情况	实况 情况
			0—12小时 TS (%)	12—24小时 TS (%)		0—24小时 TS (%)	预报 情况				
1986年6月 15日08时至 16日08时	30毫米	1	35	13	50毫米	25	57	川东、鄂西	93	93	97
		2	30	13		23	52	91	93	97	
		3	37	23		23	74	141	93	97	
1986年6月 21日08时至 22日08时	70毫米	1	37	0	>50毫米	50	263				
		3	33	18		31	27				

表中空白处为漏报, 暴雨中心栏内为实况中心数与预报中心数。

*TS = 报对面积 / [(报对面积 + 漏报面积) - 报对面积]

讨论了垂直分层问题后, 发现仅增加垂直分层, 即将5层提高到9层(方案2), 预报效果未见明显改善。当然, 这还不能得出垂直分辨率对暴雨预报结果没有重要影响的

结论。因为提高了模式垂直分辨率，还有一个水平分辨率与之协调的问题，而且垂直分层采用的是均匀分层的办法。

2. 一次低涡东移加强暴雨过程

1986年6月21日08时至22日08时，在湖北东部产生了一次特大暴雨过程，24小时降水最大中心在黄石市(263毫米)，破该地区历史最高记录。这次暴雨过程主要是一次西南低涡东移加强作用下，在长江中游形成的一次强降水过程。

由表2可见：无论是从暴雨落区、技术评分和暴雨中心值来看，均以方案3预报最佳。方案1的各个阶段降水虽说基本接近实况，但前12小时比后12小时好，后12小时位于长沙附近的一个暴雨中心未报出来。同样24小时预报雨区接近实况，但降水量级较小，仅只预报出一个格点上出现50毫米的暴雨中心，且位置比实况偏南100千米(图略)。图3是方案3的预报结果，它明显比方案1要好，特别是对于大于50毫米/日的暴雨落区改进较大。

大于50毫米/日的暴雨预报范围增大，基本与实况暴雨区重合(见图3c)，TS值比方案1提高了22%。暴雨中心强度比方案1提高了50%(87毫米/日)。这样方案3的暴雨预报更接近实况。在降水时段预报上，方案1在后12小时未报出的暴雨中心，方案3基本报出来了，特别是3个降水中心位置预报较好，其中有两个达到暴雨量级，仅长沙附近的一个中心预报比实况偏小(见图3b)。由表2看出，后12小时大于30毫米的TS值也是方案3最大，为26%。总之3个方案中，无论中尺度低涡的移动演变，还是暴雨落区与雨量预报均以方案3为最好。

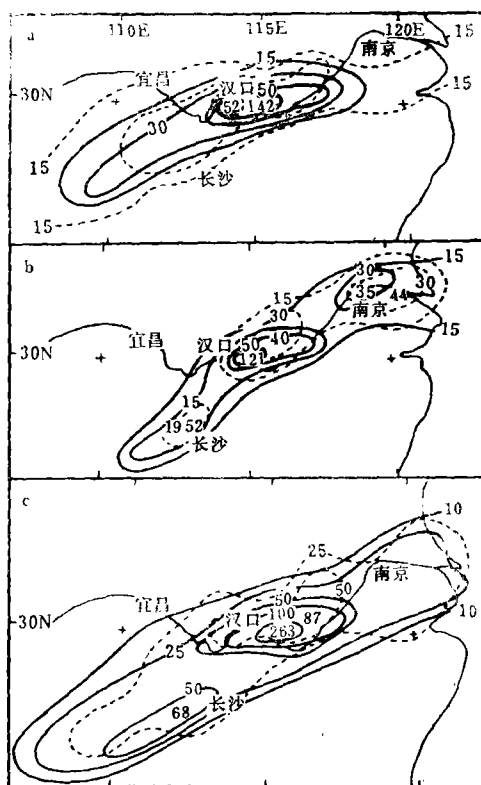


图3 1986年6月21日08时至22日08时24小时各时段降水预报及实况图(方案3) a. 21日08时至21日20时, b. 21日20时至22日03时, c. 21日08时至22日08时, 实线为实况, 虚线为预报

四、小 结

通过两类暴雨个例3个方案的试验表明，在目前先不改变模式的物理过程的情况下，提高模式网络的水平分辨率使之与垂直分层协调(如大气所模式垂直分层取5层，水平格距为50千米)，能使预报结果得到较好的改进。特别是梅雨锋上中尺度低涡的新生、移动、发展过程改进较为明显，同时暴雨落区和量级预报也得到改善。保持100千米水平格距，将模式垂直分层由5层增加到9层时，对降水量的预报改进不明显。这是

由于采用均匀分层,而未考虑边界层内的过程所致。我们的工作仅是初步的,对模式的预报效果,从根本上来说除了改进模式分辨率之外,还需进一步改进模式的物理过程、初值及边界条件等问题。

参 考 文 献

- [1] Yamasaki, M., A preliminary experiment of tropical cyclone without parameterizing effects of cumulus convection, *J. Met. Soc. Japan*, 55, 11—30, 1977.
- [2] Rosenthal, S. L., Numerical simulation of tropical cyclone development with latent heat release by resolvable scales, I. model description and preliminary results, *J. Atmos. Sci.*, 35, 258—271, 1978.
- [3] 匡本贺, 夏季不同时段暴雨试验的对比分析, *大气科学*, 12, 3, 333—336.
- [4] Wiin-Nielsen, A., On truncation errors due to vertical differences in various numerical predication models, *Tellus*, 3, 261—280, 1962.

A NUMERICAL EXPERIMENT ON THE COORDINATION BETWEEN HORIZONTAL AND VERTICAL RESOLUTIONS OF A MODEL

Kuang Benhe* Cui Chunguang**

ABSTRACT

From the three-dimensional advection equation, the related expressions for the coordination between horizontal and vertical resolutions of a model are derived. Thereafter, case calculations are performed, obtaining some useful results.

*Affiliated with the Wuhan Research Institute of Heavy Rain

**Affiliated with the Wuhan Central Meteorological Observatory