

## 海洋加热尺度对热带大气垂直环流圈结构的影响

巢纪平 王彰贵

(国家海洋环境预报研究中心)

**摘要** 应用Gill本征模的浅水运动方程,在非长波近似下,研究了海洋加热(热源)尺度对热带大气垂直环流圈结构的影响。指出,当热源的纬向尺度小时,大气运动的结构与Gill的长波近似解一致,即在热源中心西侧的Rossby波区,与Walker环流相联系的Hadley环流是热力性的正环流,而在热源中心以东的Kelvin波区,经圈速度的垂直分布与Rossby波区的相反。在低层是向极气流,在高空是向赤道的气流。但当热源尺度大于某一临界值后,经圈环流在Rossby波区和Kelvin波区的大部分地区都是正的Hadley环流。这样一个大尺度正的Hadley环流,将把大量从海洋中得到的热量和能量输送到副热带地区,使那里的大气环流发生异常变化。这一理论结果除与统计事实相符合外,也是对Bjerknes提出的遥相关现象的一个支持。

**关键词** 海洋加热尺度, 热带大气, 垂直环流圈, 浅水运动方程

Bjerknes<sup>[1,2]</sup>指出,以海平面气压场的变化为表征的南方涛动,其上空是一个横跨热带太平洋的纬圈环流,并称之为Walker环流。与Walker环流相联系的正是人们熟知的经圈环流,即Hadley环流。这样通过Walker环流使热带东西方向上的大气环流变化有着相互的关联,同时通过Hadley环流,在高空将大量的角动量输送到副热带或更高的纬度,使那里西风带和气压场的变化又与热带大气环流变化发生有机的联系。Bjerknes把这种大尺度大气环流之间的联系称之为遥相关。近20年来,研究热带大气环流对热带海洋加热的响应,以及可能影响到多大的范围的文章大大增加。最早用理论模式来研究热带大气对海洋加热的响应的是Webster<sup>[3]</sup>,以后Gill<sup>[4]</sup>把斜压运动方程在垂直方向用本征模展开。任一本征模相应的水平运动方程相当于一浅水模式。Gill在长波近似下用定常解详细地讨论了Kelvin波和Rossby波在形成Walker环流中的作用。分析结果表明,除在热源区东西两侧各自有Kelvin波和Rossby波形式的Walker环流外,在热源西侧的Rossby波活动区,形成了一个热力性的正Hadley环流,即经圈速度在低层是向赤道的,在高层是向两极的。但在热源东侧的Kelvin波活动区,经圈环流是一反Hadley环流。如果把热源区东西两侧动量的经圈输送一并考虑,由于相反的效果,在高空向极输送的动量是不多的,不足以在副热带上空形成象统计事实所表明的那样大尺度的西风急流<sup>[5]</sup>。在本文中我们得到,热带大气环流的结构依赖于热源的纬圈尺度。

## 1 模式及解的形式

按Gill<sup>[4]</sup>的理论, 取水平特征尺度为赤道Rossby变形半径,  $L_0 = (C/2\beta)^{1/2}$ ,  $C = \sqrt{gH} = ND/\pi$ ,  $N$ 为布伦特-维赛拉频率,  $D$ 为大气的标高,  $H$ 为等值大气高度或任一斜压模的本征值。通常取 $H=400$ 米, 这样 $C$ 约为60米/秒,  $L_0$ 近似为1000千米, 浅水模式的无量纲方程组为<sup>[4]</sup>

$$\varepsilon u - \frac{1}{2} y v = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (1)$$

$$\varepsilon v + \frac{1}{2} y u = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (2)$$

$$\varepsilon p + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -Q \quad (3)$$

$$w = \varepsilon p + Q \quad (4)$$

式中 $Q$ 为热源,  $\varepsilon$ 是无量纲的Rayleigh摩擦和Newton冷却系数。边界条件为

$$|x| \rightarrow \infty, u, v, w, p \text{ 有界} \quad (5)$$

取对赤道对称的热源, 其形式为

$$Q(x, y) = F_0(x) D_0(y) \quad (6)$$

其中 $D_0$ 为抛物圆柱函数, 0是其阶数。若对其余各物理量也用抛物圆柱函数展开, 例如

$$v(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n(x) D_n(y) \quad (7)$$

则对应于(6)式, 各物理量可写成

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u_0(x) D_0(y) + u_2(x) D_2(y) \\ v(x, y) &= v_1(x) D_1(y) \\ p(x, y) &= p_0(x) D_0(y) + p_2(x) D_2(y) \end{aligned} \quad (8)$$

考虑方程(1)–(3)后, 则有控制方程

$$\varepsilon \frac{d^2 v_1}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{dv_1}{dx} - \varepsilon (\varepsilon^2 + \frac{3}{2}) v_1 = \frac{1}{2} \left[ F_0(x) + \frac{d^2 F_0(x)}{dx^2} \right] \quad (9)$$

$$\frac{du_0}{dx} + \varepsilon u_0 = - \left[ (\varepsilon^2 + 1) v_1 + \varepsilon \frac{dv_1}{dx} + \frac{1}{2} F_0(x) \right] \quad (10)$$

$$u_2 = \frac{1}{8\varepsilon} (1 - 2\varepsilon^2) v_1 + \frac{1}{4} \frac{dv_1}{dx} - \frac{1}{8\varepsilon} F_0(x) \quad (11)$$

$$p_0 = 2\varepsilon v_1 + u_0 + 4u_2 \quad (12)$$

$$p_2 = u_2 \quad (13)$$

Gill引进长波近似  $2\epsilon k \ll 1$  ( $k = \pi/2L$ ,  $L$ 为热源的半宽度), 这样(9)式的2阶微分项及  $\epsilon^2$ 项都将作为小项而丢掉(已假定  $\epsilon$ 很小)。如不取长波近似, 当  $F_0(x)$ 的形式给定后, 方程(9)满足边界条件(5)的解容易求得, 同时也容易算出  $u_0$ 、 $u_2$ 、 $p_0$ 和  $p_2$ 。

如取  $F_0(x)$ 的分布为

$$F_0(x) = \begin{cases} e^{-ax}, & x \geq 0 \\ e^{ax}, & x < 0 \end{cases} \quad (14)$$

则方程(9)的解为

$$v_1(x) = \frac{1}{2\epsilon(a-\alpha)} \left[ \frac{(\epsilon-a)\alpha}{\gamma(a+\alpha)} e^{-ax} + \frac{\alpha-\epsilon}{b+\alpha} e^{-ax} \right] \quad x \geq 0 \quad (15a)$$

$$v_1(x) = \frac{1}{2\epsilon(\alpha-b)} \left[ \frac{\alpha+\epsilon}{a+\alpha} e^{ax} - \frac{\alpha(b+\epsilon)}{\gamma(\alpha+b)} e^{bx} \right] \quad x < 0 \quad (15b)$$

式中

$$\gamma = \left[ \frac{1}{4\epsilon} + \epsilon^2 + \frac{3}{2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad a = \gamma + \frac{1}{4\epsilon}, \quad b = \gamma - \frac{1}{4\epsilon} \quad (16)$$

## 2 不同尺度热源的影响

注意到  $\alpha = L_0/L$ ,  $L$ 为热源的纬圈尺度, 因此, 当  $\alpha$ 值大时表示热源尺度小, 反之表示热源尺度大。下面对不同的  $\alpha$ 值进行计算。

一是小尺度热源, 取  $\epsilon = 0.3$ ,  $\alpha = 1.0$ , 大气的响应场见图1a—d。将这一结果与 Gill<sup>[4]</sup>的计算结果相比, 虽然热源的形式不同, 两者并无原则上的差别。第二个例子是

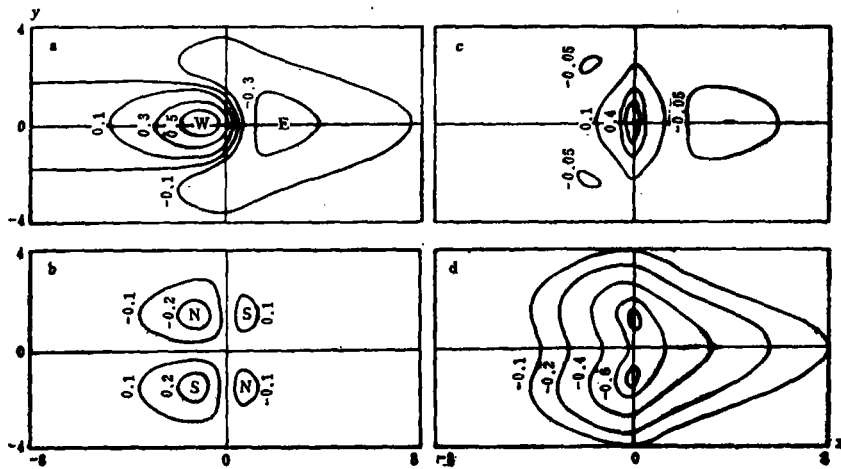


图1 小尺度热源 ( $\alpha=1.0$ ,  $\epsilon=0.3$ ) 所响应的大气运动

a. 纬圈风; b. 经圈风; c. 垂直速度; d. 气压场

W (E) 和 S (N) 分别表示西 (东) 和南 (北) 风

大尺度热源, 取  $\epsilon = 0.3$ ,  $\alpha = 0.2$ , 计算所得的大气响应场见图2a—d。Pan和Oort<sup>[5]</sup>曾

用 $130^{\circ}\text{W}$ 赤道两侧的海表面温度作指标，与全球大气环流各参数作了统计相关分析。考虑到赤道 $130^{\circ}\text{W}$ 处海温距平的符号与日界线附近的海温距平符号仍同号，因此，如认为

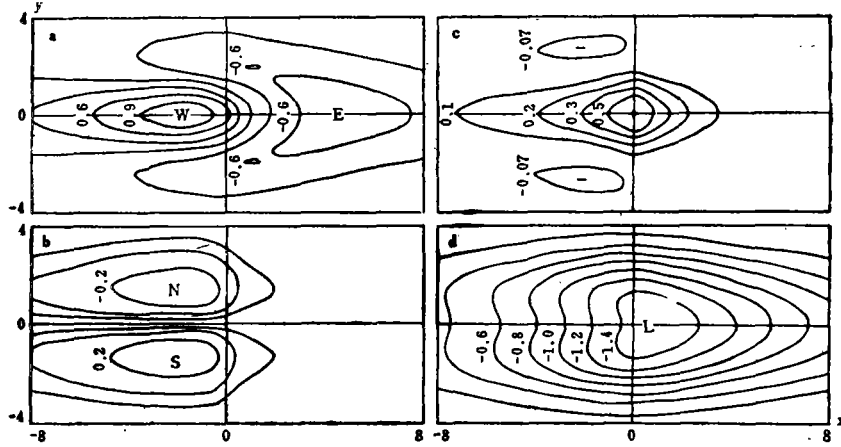


图2 说明同图1，但为大尺度热源情况 ( $\alpha=0.2, \epsilon=1.3$ )

这一大尺度热源与海表面温度距平成正比，其中心位置在日界线，则可把现在的计算结果与他们的统计结果作一比较。由图2a的纬圈风可见，在高空(图中风的方向应反过来)沿赤道从日界线以东10个经度直到美洲西岸吹西风，在赤道两侧的西风已接近 $30^{\circ}\text{N}$ 、 $\text{S}$ 的副热带，并已延伸至 $140^{\circ}\text{E}$ 附近。在赤道附近从西太平洋直到 $170^{\circ}\text{—}160^{\circ}\text{W}$ 吹的是东风。由图2b的经圈风分布看，经圈风最大的位置在热源中心以西约15个经度的 $15^{\circ}\text{N}$ 、 $\text{S}$ 。上升运动大的区域在赤道附近从 $120^{\circ}\text{E—}140^{\circ}\text{W}$ 的范围内，下沉运动出现在西太平洋两侧的副热带纬度(图2c)。以上这些结果，从总的来看与统计结果<sup>[5]</sup>基本一致。可见，大尺度热源对大气环流的影响更接近实际些。事实上，当一个El Niño事件发生时，在热带太平洋的很大范围上都是正的海温距平，所以研究大气环流对大尺度热源的响应，看来更具有实际意义。

### 3 影响环流结构的热源的临界尺度

根据上面两个例子的比较，可以看到经圈风的纬圈分布依赖于热源的尺度，而经圈风的强弱又直接关系到角动量、能量和热量的向极输送，因此有必要作进一步的分析。

对 $x < 0$ 的一侧，取(15b)对 $x$ 的导数，并令

$$\partial v_1 / \partial x = 0 \quad (17)$$

得到极值的位置为

$$x = \frac{1}{\alpha - b} \ln \left[ \frac{b(b+\epsilon)(a+\alpha)}{\gamma(\alpha+\epsilon)(\alpha+b)} \right] \quad (18)$$

由于 $x < 0$ ，因此一种情况要求

$$\alpha > b \quad (19)$$

和  $b(b+\varepsilon)(a+\alpha) < \gamma(\alpha+\varepsilon)(b+\alpha)$  (20)

考虑到(19)后, 如果条件

$$b(a+\alpha) < \gamma(b+\alpha) \quad (21)$$

成立, 则(20)也同时成立。由(21)得到

$$\alpha > b \left( \frac{a-\gamma}{\gamma-b} \right) = b \quad (22)$$

此即(19)。另一种情况要求

$$\alpha < b \quad (23a)$$

和  $b(b+\varepsilon)(a+\alpha) > \gamma(\alpha+\varepsilon)(b+\alpha)$  (23b)

考虑到(23a)后, 如果条件

$$b(b+\varepsilon)(a+\alpha) > \gamma(b+\varepsilon)(b+\alpha) \quad (24)$$

成立, 则(23b)也同时成立, 而由(24)立即得到

$$\alpha < b \left( \frac{a-\gamma}{\gamma-b} \right) = b \quad (25)$$

此即条件就是(23a)。由此可见, 不论  $\alpha > b$  或  $\alpha < b$ , 在  $x < 0$  的一侧总有极值存在。换言之, 在  $x < 0$  的一侧,  $v_1$  的极值的存在不依赖于热源的特征尺度大小。

在  $x > 0$  的一侧, 对(15a)求极值, 得到

$$e^{(\alpha-a)x} = \frac{\gamma(\alpha-\varepsilon)(a+\alpha)}{a(a-\varepsilon)(b+\alpha)} \quad (26)$$

由于  $\varepsilon$  很小, 而总有  $a-\varepsilon > 0$ , 故此极值存在的必要条件为

$$\alpha > \varepsilon \quad (27)$$

进而, 如果极值存在, 则其位置为

$$x = \frac{1}{\alpha-a} \ln \left[ \frac{\gamma(\alpha-\varepsilon)(a+\alpha)}{a(a-\varepsilon)(b+\alpha)} \right] \quad (28)$$

由于  $x > 0$ , 因此有两种情况, 一种为

$$\alpha > a \quad (29a)$$

和  $\gamma(\alpha-\varepsilon)(a+\alpha) > a(a-\varepsilon)(b+\alpha)$  (29b)

考虑到(29a)后, 如果条件

$$\gamma\alpha^2 - \frac{1}{4\varepsilon}(a+\varepsilon)\alpha - \gamma a\varepsilon - ab(a-\varepsilon) > 0 \quad (30)$$

成立, 则条件(29b)同时成立。由于  $\alpha > \varepsilon$ , 则由(30)式得

$$\alpha > a \quad (31)$$

这就是条件(29 a)。另一种情况为

$$\varepsilon < \alpha < a \quad (32 a)$$

和 
$$\gamma(\alpha - \varepsilon)(a + \alpha) < a(a - \varepsilon)(b + \alpha) \quad (32 b)$$

考虑到(32 a)后, 如果

$$\gamma\alpha^2 - \frac{1}{4\varepsilon}(a - \varepsilon)a - \gamma a\varepsilon - ab(a - \varepsilon) < 0 \quad (33)$$

成立, 则条件(32 b)也同时满足。由于  $\alpha > \varepsilon$ , 因此有

$$\varepsilon < \alpha < a \quad (34)$$

此即条件(32 a)

结合条件(31)和(34), 可见极值的存在与  $\alpha$  是否大于或小于  $a$  无关, 所以在  $x > 0$  的一侧, 极值存在的充要条件为

$$\alpha > \varepsilon \quad (35)$$

试举另一例子, 取  $\alpha = 0.3$ ,  $\varepsilon = 0.2$ , 其结果分别见图3 a—d。可见在  $x > 0$  一侧, 经圈风存在极值。虽然其值十分微弱, 但其他物理量场的结构与图2 a—d 的大尺度热源的例子无甚差别。

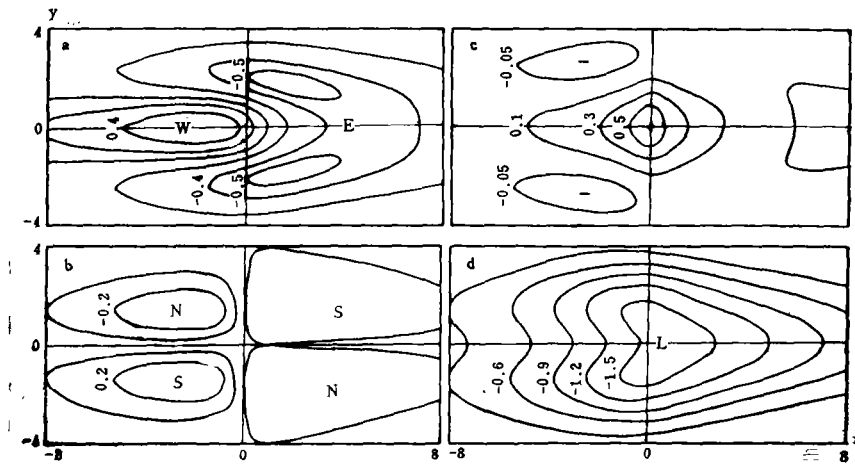


图3 说明同图2, 但  $\alpha = 0.3$ ,  $\varepsilon = 0.2$

#### 4 经圈和纬圈环流的质量输送

现在来计算通过某一纬度空气质量的总输送量。考虑到  $D_1(y)$  在  $y = \sqrt{2}$  处达到最大值, 故计算通过这一纬度的经圈质量输送。为了比较, 分别对  $x$  的正、负轴进行计算: 定义

$$sv_+ = D_1(\sqrt{2}) \int_0^{\infty} v_1 dx \quad x \in (0, \infty) \quad (36 a)$$

$$sv_- = D_1(\sqrt{2}) \int_{-\infty}^0 v_1 dx \quad x \in (-\infty, 0) \quad (36 b)$$

利用公式(15 a)和(15 b), 可以计算出每单位面积上总的的质量输送, 计算结果见图 4. 可见, 在  $x$  负轴一侧, 低空总的的质量输送是向赤道的(高空相反), 即正的Hadley 环流.

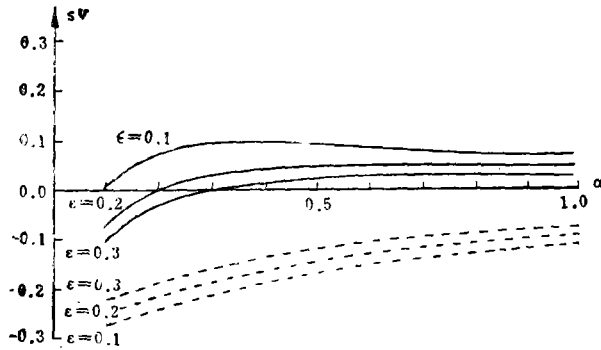


图 4 单位面积经圈质量输送  
实线(虚线)分别表示正(负) $x$ 轴上的质量输送

在正  $x$  轴一侧, 质量输送的方向依赖于  $\alpha$  和  $\epsilon$  的相对大小. 这和上节的分析是一致的.

下面计算通过东、西风带最大值所在经度的纬圈质量输送, 其定义为

$$su_{\pm} = 2(u_2 - u_1) \int_0^{y_0} D_0(y) dy + 2u_2 \int_0^{y_0} D_0(y) y^2 dy \quad (37)$$

式中  $y_0$  是东、西风带的半宽度, 由下式决定, 即

$$y = y_0, \quad u = [u_0 + (y^2 - 1)u_2]D_0(y) = 0 \quad (38)$$

由于  $D_0(y)$  除当  $|y| \rightarrow \infty$  时为零外, 对所有的  $y$  值都不为零, 因此有

$$y_0 = \sqrt{1 - u_0/u_2} \quad (39)$$

如果  $u_0/u_2 > 1$ , 则要求  $y_0 \rightarrow \infty$ .  $su_{-}$  为  $x \in (-\infty, 0)$  的西风(低层)总输送量,  $su_{+}$  为  $x \in (0, \infty)$  的东风(低层)总输送量, 计算结果见图 5. 为便于比较, 图中给出的是单位面积上的质量输送. 可以看到, 低空西风的输送要大于东风的输送, 约大出一倍多. 在大尺度热源的情况下, 输送量对  $\epsilon$  值的依赖性比较明显. 当  $\alpha > 0.5$  后, 输送量大小与热源尺度的关系不大, 只依赖于  $\epsilon$  值的大小.

## 5 结 论

本文是对 Gill 理论的一个补充和发展.

据以上分析可以得到下面几点结论:

a. 热源特征尺度对纬圈环流的结构影响不大. 在热源中心以西为低空吹西风高空吹东风的纬圈环流. 在热源中心以东是低空吹东风高空吹西风的纬圈环流. 但热源的纬向尺度对纬圈环流的强度有明显的影 响, 特别是当阻尼因子小时更明显. 热源中心西侧的纬圈环流要比东侧的强. 若以单位面积上的质量输送来估计, 则要强一倍多.

b. 热源特征尺度对经圈环流的结构影响较大. 对于大尺度热源, 在加热区都表现为正的 Hadley 环流, 但对于小尺度热源, 结果和 Gill 的一样, 即在热源西侧是正的 Hadley

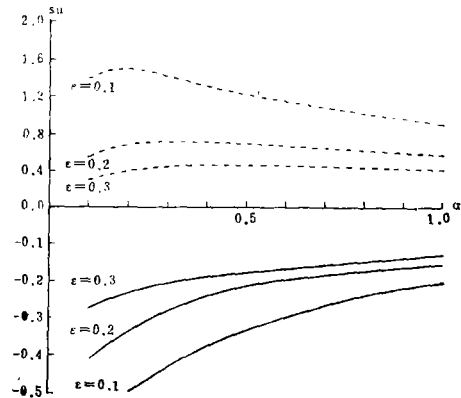


图 5 单位面积纬圈质量输送  
实线和虚线分别表示东风和西风的 质量输送

环流, 东侧是负的Hadley环流。

c. 若以本文的理论分析与统计结果比较, 似乎大尺度热源所响应出来的大气垂直环流更接近于统计事实一些, 或者更接近于一个强的El Niño事件时的大气环流结构。

### 参 考 文 献

- 1 Bjerknes J. Tellus, 1977; 18, 320—329
- 2 Bjerknes J. Mon Wea Rev, 1969; 97, 163—172
- 3 Webster P J. Mon Wea Rev, 1979; 100, 518—541
- 4 Gill A E. Quart J Roy Met Soc, 1980; 106, 447—462
- 5 Pan Yi-Hang, Oort H A. Mon Wea Rev, 1983; 111, 1244—1258

## INFLUENCE OF THE OCEAN HEATING SCALE ON THE STRUCTURE OF THE VERTICAL CIRCULATION CELL IN THE TROPICAL ATMOSPHERE

Chao Jiping      Wang Zhanggui

(National Research Center for Marine Environment Forecasting)

**Abstract** A steady, shallow water atmospheric model is used to study the influence of the ocean heating scale on the structure of Walker and Hadley circulation in the tropical atmosphere. It is shown that when the heating scale is smaller than the critical scale, the results are similar to Gill's (1980), that is, a hadley cell is located in the region of Rossby waves and an anti-Hadley cell in the area of Kelvin waves. When the heating scale is larger than the critical scale, a Hadley cell exists in the entire heating region. In the latter case, a large scale Hadley cell can transfer a great amount of heat and energy from the ocean to the extratropical region. This causes the atmospheric circulation there to be anomalous. The results are consistent with statistical facts and support theoretically the teleconnection which Bjerknes put forward in the 1960s.

**Key words** ocean heating scale, tropical atmosphere, vertical circulation cell