

产量结构灰色系统模型及其模拟

李 临 颖

陶 炳 炎

(上海市气象科学研究所)

(南京气象学院)

摘要 本文将产量结构系统的建成看成是各个产量要素相互关联的灰色动态过程,按照灰色系统的数据生成及建模理论,采用年内等间隔分期播种试验的产量结构资料,建立了产量结构灰色系统模型,并用龙格—库塔方法模拟了不同播种期对产量结构系统的影响,取得了较好的效果。

关键词 产量结构,灰色系统,数值模拟

禾本科作物的产量由每亩有效穗数、每穗粒数、结实率和千粒重等因素组成,它们除了各自受环境条件的影响外,还存在着相互制约和相互补偿的关系^[1]。例如,当有效穗数超过一定数量时,每穗粒数、结实率反而有所下降。而穗数少时,虽可能穗大粒多,但因穗数不足也不能高产。可见,产量结构是一动态关联的系统。在环境条件中,对产量系统影响最大的因素是气象条件;产量高低及其构成不仅与全生育期内各气象要素的累积值有关,还主要取决于其在各生育阶段内的分配。值得注意的是,对于确定的地方,生产措施、土壤肥力及气候变程等因素相对稳定,在分期播种试验中,作物一生及各生长阶段所处的气象条件唯一地由播种期确定。在产量结构系统的形成过程中,部分信息明确,部分信息不明确,且缺乏系统的理论原型,环境条件对系统的调控机制很难精确描述,而这些正是灰色系统的特征^[2]。因此,本文将产量结构的形成看成是灰色动态过程,采用灰色系统理论的数据生成和建模理论处理年内等间隔的分期播种试验资料,建立产量结构灰色系统模型并进行数值模拟。

1 GM模型的选择及建立

灰色理论的微分方程模型称为GM模型,GM(1, N)表示一阶的N个变量的微分方程模型。一般灰色预测,如序列预测、灾变预测和拓扑预测都是以GM(1, 1)模型为基础的^[3,4],但产量结构系统模型应是基于一串动态关联变量的GM(1, N)模型,即系统状态模型。该模型不仅给出系统的最后输出,还可以给出系统中间各环节的行为特征量。在本文模型中,我们将产量作为系统的最终输出,而将有效穗数、穗粒数、结实率和千粒重等产量因素作为系统中间环节的行为特征量,产量由各产量要素的乘积得到。

GM(1, N)白化形式的微分方程为

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} + ax_1^{(1)} = b_1x_2^{(1)} + b_2x_3^{(1)} + \dots + b_{N-1}x_N^{(1)} \quad (1)$$

式中 x_i 表示第 i 个状态变量 ($i = 1, 2, \dots, N$); $a, b_1, b_2, \dots, b_{N-1}$ 是模型参量;
 $x_i^{(1)}$ 是原始数列 $x_i^{(0)}$ 的一阶累加生成 (1-AGO) 数列, 且有

$$x_i^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^k x_i^{(0)}(j) \quad (2)$$

式中 $k = 1, 2, \dots, m$, m 为序列长度。按灰色系统理论, 有下式成立

$$\vec{Y}_N = B \vec{a} \quad (3)$$

式中

$$\vec{Y}_N = \begin{bmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_1^{(0)}(m) \end{bmatrix} \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(1) + x_1^{(1)}(2)) & x_2^{(1)}(2) \cdots x_N^{(1)}(2) \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(2) + x_1^{(1)}(3)) & x_2^{(1)}(3) \cdots x_N^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(m-1) + x_1^{(1)}(m)) & x_2^{(1)}(m) \cdots x_N^{(1)}(m) \end{bmatrix} \quad (4)$$

根据矩阵方程 (3) 的解存在的充分必要条件, 由下式确定出模型参数的估计值

$$\hat{\vec{a}} = (B^T B)^{-1} B^T \vec{Y}_N \quad (5)$$

(5) 式中, B^T 表示 B 阵的转置, $(B^T B)^{-1}$ 表示 $B^T B$ 阵的逆阵。

GM(1, 1) 模型是 GM(1, N) 模型的特例, 其形式为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (6)$$

a, u 为模型参数。与 GM(1, N) 模型相比, GM(1, 1) 模型中仅包含一个变量, 而不包含其它同步变量, 这正是它可作为预测模型的基础。

2 产量结构灰色系统模型及其模拟

2.1 模型的建立

本文以播种期的迟早反映水稻一生及各阶段所处气象条件的差异, 并认为产量要素间存在着制约关系。在产量结构中, 有效穗最先形成, 可看成相对独立的要素, 因而采

用GM(1, 1)模型, 穗粒数、结实率和千粒重等都要受到其前期形成的产量要素的影响, 因而分别采用GM(1, 2)、GM(1, 3)和GM(1, 4)模型描述其变化规律; 产量作为系统的最终输出, 可由各产量要素的乘积确定。下面以柳州点汕优六号杂交稻的等间隔分期播种资料为例, 建立其产量结构灰色系统模型((7)式)。原始资料见表1。

表1 分期播种产量结构资料(单位同(7)式)

播次	播种期	有效穗	穗粒数	结实率	千粒重	产量
1	6月22日	15.40	131.3	79.2	25.75	875.0
2	6月29日	15.70	110.0	89.4	26.66	890.2
3	7月6日	15.40	115.6	89.4	25.93	867.5
4	7月13日	15.33	130.8	78.8	25.39	833.4
5	7月20日	15.07	122.9	86.4	25.28	803.1
6	7月27日	15.00	132.3	78.1	23.92	693.2
7	8月3日	15.53	111.2	54.8	21.80	416.2

$$\begin{cases}
 \frac{dy_1}{dt} + 0.05y_1^{(1)} = 15.629 \\
 \frac{dy_2^{(1)}}{dt} + 1.474y_2^{(1)} = 12.146y_1^{(1)} \\
 \frac{dy_3^{(1)}}{dt} + 1.664y_3^{(1)} = -1.184y_2^{(1)} + 18.491y_1^{(1)} \\
 \frac{dy_4^{(1)}}{dt} + 2.094y_4^{(1)} = 0.299y_3^{(1)} - 0.042y_2^{(1)} + 2.189y_1^{(1)}
 \end{cases} \quad (7)$$

上式中 y_1 为有效穗数(万/亩), y_2 为穗粒数(粒/穗), y_3 为结实率(%), y_4 为千粒重(克/千粒)。

2.2 模型的检验

将GM(1, N)模型的微分形式(1)、(6)写成背景值化的微分方程

$$\begin{aligned}
 x_1^{(1)}(k+1) &= \frac{b_1}{a}x_2^{(1)}(k+1) + \frac{b_2}{a}x_3^{(1)}(k+1) + \dots + \frac{b_{N-1}}{a}x_N^{(1)}(k+1) \\
 &+ [x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{a}(bx_2^{(1)}(k+1) + b_2x_3^{(1)}(k+1) + \dots \\
 &+ b_{N-1}x_N^{(1)}(k+1))]e^{-ak}
 \end{aligned} \quad (8)$$

$$x^{(1)}(k+1) = \frac{u}{a} + (x^{(0)}(1) - \frac{u}{a})e^{-ak} \quad (9)$$

由1-AGO定义知

$$\hat{x}_i^{(0)}(k+1) = \hat{x}_i^{(1)}(k+1) - \hat{x}_i^{(1)}(k) \quad (10)$$

这样可由(8)、(9)式计算出 x_i ($i=1, 2, \dots, N$)在 $k+1$ 时刻($k=0, 1, \dots, m-1$)的1-AGO估计值 $\hat{x}_i^{(1)}(k+1)$, 再由(10)式计算原始数列 $\hat{x}_i^{(0)}(k+1)$.

将(7)式写成背景值化形式

$$\begin{cases} y_1^{(1)}(k+1) = 3375.65 - 3360.25 e^{0.005k} \\ y_2^{(1)}(k+1) = 8.242y_1^{(1)}(k+1) + [131.3 - 8.242y_1^{(1)}(k+1)] e^{-1.474k} \\ y_3^{(1)}(k+1) = -0.712y_2^{(1)}(k+1) + 11.108y_1^{(1)}(k+1) \\ \quad + [79.2 + 0.712y_2^{(1)}(k+1) - 11.108y_1^{(1)}(k+1)] e^{-1.665k} \\ y_4^{(1)}(k+1) = 0.143y_3^{(1)}(k+1) - 0.020y_2^{(1)}(k+1) + 1.045y_1^{(1)}(k+1) \\ \quad + [25.75 - 0.143y_3^{(1)}(k+1) + 0.020y_2^{(1)}(k+1) - 1.045y_1^{(1)}(k+1)] e^{-2.095k} \end{cases} \quad (11)$$

将产量结构原始数据的1-AGO值代入(11)式及(10)式, 可得各产量要素的模型估计值(表2)。可以看出, 大部分模型估算值的误差都小于10%; 后验差比均小于0.18, 小误差概率均在0.85以上, 说明模型已达到一定的精度。

表2 模型误差检验

播 次	有 效 穗		穗 粒 数		结 实 率		千 粒 重	
	估 计 值	误 差	估 计 值	误 差	估 计 值	误 差	估 计 值	误 差
1	15.40	0.00	131.30	0.00	79.20	0.00	25.75	0.00
2	15.52	1.33	90.58	-12.20	76.94	-13.84	22.82	-14.35
3	15.45	-0.32	142.58	23.18	100.19	14.34	26.63	10.00
4	15.38	-0.32	135.04	3.24	82.63	4.10	25.31	-0.22
5	15.31	-1.58	127.37	3.64	81.28	-5.92	25.75	1.87
6	15.24	-1.58	124.62	-5.80	72.82	-6.76	24.21	1.19
7	15.17	2.34	128.20	10.40	83.91	64.04	21.74	-0.30
后验差比	0.002		0.131		0.109		0.170	
小误差概率	1		1		0.857		1	

2.3 模型的模拟及检验

产量结构系统模型(7)式是时间连续的一阶微分方程组, 用解析方法求解是困难的, 本文采用数值解法——龙格—库塔法^[5]。由表3可以看出, 大部分模拟值其误差小于5%, 由此计算的产量误差也多在5%以下, 可见模拟结果是可信的。

表3 模拟效果检验

播次	有效穗		穗粒数		结实率		千粒重		产 量	
k	模拟值	误差	模拟值	误差	模拟值	误差	模拟值	误差	模拟值	误差
2	15.45	-1.78	111.53	1.36	91.45	7.94	25.94	-2.74	862.0	-3.15
3	15.33	-0.13	123.42	6.75	87.56	0.23	26.52	-2.28	881.8	1.65
4	15.31	-1.03	125.39	-3.95	82.52	4.70	25.62	0.01	813.7	-2.36
5	13.24	1.13	125.76	2.36	80.53	-6.25	25.09	-0.75	774.7	-3.54
6	15.17	1.13	125.32	-5.59	79.72	2.05	24.82	3.76	752.3	8.53

4 几点结论与说明

(1)本文建立的产量结构灰色系统模型是相互关联的产量构成要素的时间连续性微分方程组,其生物学意义明确,模拟的结果可用于分析年内不同播期作物生育期内气象条件对产量结构系统的影响,以帮助选择最佳播种日期。本模型还可用于插补分期播种试验资料、制做产量及其构成要素的预报。

(2)灰色系统理论建模时的出发点是对原始数据进行处理,使其规律强化,然而这种规律是现实规律,即系统在某种普遍因素影响下呈现的规律,当系统在某时刻受到特殊因素的影响时,模式在该点的效果就会变差。本文建模数据中,由于秋季低温使最后一个播期的结实率大大降低,然而秋季低温危害在模型中并没有反映出来,致使该点误差较大。可见,模型的外推一定要符合建模的条件。

(3)对于某地的特定年份,播种期是唯一能确定作物一生及其各阶段所处气象条件的因素,对于气候变程年际变化较大的地方,使用上述模型时应先进行年型分析,以避免较大的误差。

参 考 文 献

- 1 浙江农业大学等,实用水稻栽培学,上海科技出版社,1983:140—143
- 2 邓聚龙,灰色预测与决策,华中工学院出版社,1986
- 3 邓聚龙,灰色动态模型(GM)在粮食长期预测中的应用,大自然探索,1984:3
- 4 王明星,刘万,初霜灰色灾变超长期预测,模糊数学,1985:2:59—96
- 5 张巨洪等,BASIC语言程序库,北京:清华大学出版社,1983:132—135

A YIELD COMPONENT GREY SYSTEM MODEL AND ITS SIMULATION

Li Linying

(Shanghai Meteorological Research Institute)

Tao Bingyan

(Nanjing Institute of Meteorology)

Abstract In this study the construction of the yield component system is regarded as the grey dynamic procedure in which all the yield elements are related to each other. Based on the data generation and model-building theory of the grey system, the yield component grey system model is constructed using the data from separate seeding date tests at equal intervals in a year. The impact of different seeding dates on the yield component system is simulated by Runge-Kutta method. The results are satisfactory.

Key words yield component, grey system, numerical simulation