

东亚地区天气吸引子特征的研究*

王建中¹⁾ 严绍瑾¹⁾ 彭永清²⁾

(1)南京气象学院基础科学系, 2)南京气象学院气象系, 南京, 210044)

摘要 利用东亚地区11个有代表性测站(1979~1988年)连续10年的500hPa逐日位势高度时间序列, 全面计算了它们的混沌特征量。结果表明, 各测站相应的关联维数都是分数; 完整的Lyapunov指数谱中, 不仅都有正值、零和负值, 而且Lyapunov指数之和($\sum \lambda_i$)都小于零。因此, 从整体来看, 相应于东亚地区天气尺度的吸引子是由一个有限空间支撑起来的。东亚地区的天气吸引子所显示的系统平均Kolmogorov熵(下称K熵)约为0.1008, 从而平均可预报时间约为9.92d。一般说来, 该地区北部的可预报时间尺度要长一些。

关键词 混沌, 分数维, Lyapunov指数谱, K熵

分类号 P457.2:O4

大气运动系统是一个复杂的体系, 其复杂性主要是由于大气运动中的各种非线性相互作用所产生。近年来非线性理论的发展, 对大气运动的研究有很大的推动作用, 作为非线性学科的前沿, 混沌和分维理论的发展给气象科学的研究开辟了一条新的途径。气象学家对混沌的研究是多方面的, 在动力系统研究方面, 最有代表性的是1963年Lorenz^[1]在研究热对流不稳定时从一个完全确定的3阶微分方程(即Lorenz方程)在其参数相空间一定范围内得到的非周期的混沌输出。在时间序列分析方面, Nicolis等^[2]利用相空间重建气候动力学, 计算了气候系统的分数维。杨培才等^[3]关于ENSO资料的研究, 证实了混沌吸引子的存在。Fraedrich^[4]采用柏林单站地面气压15年逐日资料, 求得天气系统的分数维、Lyapunov指数及K熵, 并得到可预报时间尺度为12~17d。文献[5~8]曾用上海、广州近百年的月平均温度气候资料, 上海15年逐日气压资料以及重庆近地面层湍流资料, 对代表不同尺度大气运动的时间序列进行了相空间分析, 分别计算了它们的分数维、Lyapunov指数和K熵。研究表明, 无论是气候变化或天气变化, 以及近地面的湍流, 都是一种混沌现象。以上研究使我们认识到大气运动的混沌本质, 但这些研究大都采用单个站点的资料, 因而计算的混沌特征量也是对某一局地而言。随着研究的深入, 有必要进一步考察大范围内混沌特征量的空间分布情况。为突出重点, 本文就东亚地区11个单站的逐日500hPa位势高度资料, 分别求出它们的混沌特征量(尤其是Lyapunov指数谱)来分析东亚地区天气吸引子的整体结构。

* 系国家自然科学基金项目

收稿日期: 1992-11-20; 修回日期: 1993-01-25

1 资料来源

本文资料取自《中国高空气象记录月报》和《日本天气图》,选取上海、广州、北京、成都、兰州、武汉、哈尔滨、东京、平壤、基隆、马尼拉等11个有代表性测站1979~1988年的500hPa逐日位势高度,各样本资料的时间序列长度均为 $N_0=3600$,时间间隔 $\Delta t=1d$ 。这11个测站分布广阔,南自广州,北到哈尔滨,在东西方向上也有相当的跨度,有沿海和内陆城市,而东京、平壤、基隆、马尼拉则位于西北太平洋的不同沿岸地区。图1是我国内陆城市成都和具有海洋性气候的日本东京的500hPa逐日位势高度曲线。我们将用不同气候背景条件下的浑沌时间序列来考察东亚地区天气吸引子的整体结构性质,在进行浑沌特征量的计算前,首先对原始资料进行必要的平滑处理,以滤去高频噪声。

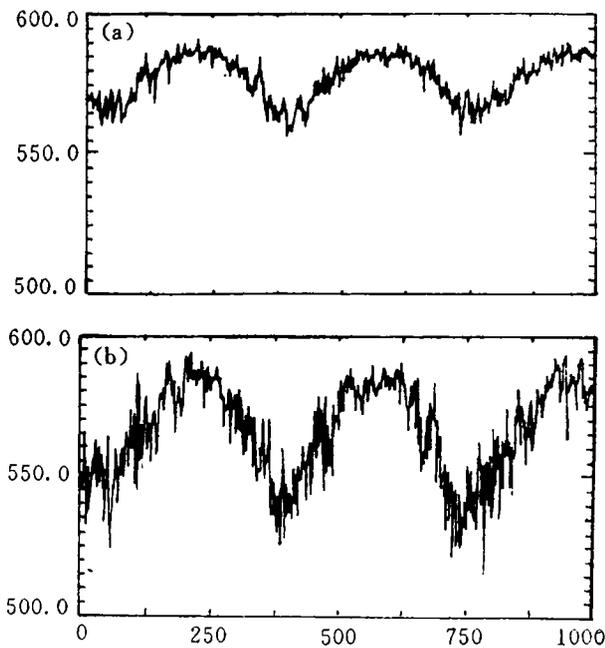


图1 500hPa逐日位势高度变化曲线 a. 成都, b. 东京

2 浑沌特征量的计算

近年来学术界公认,除气象上常用的功率谱以外,分数维、Lyapunov指数和K熵是测量浑沌运动的重要特征量,是诊断浑沌的重要指标。从观测所得的一维时间序列计算浑沌特征量,需用拓展相空间的方法重建动力学系统。

设观测所得的一维时间序列为 $\{x(t_i)\}, i=1, 2, \dots, N_0$, 亦即

$$x(t_i) = x(t_0 + i\Delta t) \quad (1)$$

其中 t_0 为观测起始时刻, Δt 和 N_0 的意义如前述。选定一个滞后时间 τ , 将原来的一维时间序列作漂移而获得一组新序列

$$x_m(t_i) = x[t_0 + (m-1)\tau + i\Delta t] \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, N \\ m = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

$m=1$ 时, 得原序列为第一行, $m=2$ 时, 作一次漂移得第二行, ……。而 n 为相空间维数, $N=N_0-(n-1)\tau/\Delta t$, 为相空间中表示状态的点数。相空间中的第 i 个点 $X_n(i) = \{x_m(t_i)\}, m=1, 2, \dots, n$, 表示 t_i 时刻系统的瞬时状态, N 个点的连线构成轨道, 表示系统状态随时间的演化。根据这样重建的动力学系统, 可计算它的主要特征量。

2.1 关联维

大气动力学系统是一个具有强迫和耗散的非线性系统。当把它拓展到相空间后, 因为耗散使相体积不断收缩, 耗散掉大量小尺度的较快运动模态, 使这些运动模态在演化中逐渐衰亡, 使得决定系统长时间行为的有效自由度数目减少, 耗散系统的运动最终趋向维数比原始相空间维数要低的极限集合——吸引子。所以吸引子的维数 D 通常小于相空间的维数 n , 而吸引子的维数通常用关联维数 d 来表示。对于实测所得的一维时间序列, 引用 Grassberger 和 Pro-

caccia^{9,10)}计算关联维数的方法。

在相空间中任意地选取一个点 $\dot{X}_n(i)$,

$$\dot{X}_n(i) = \{x(t), x(t + \tau), \dots, x[t + (n - 1)\tau]\}$$

通过海维希德(Heaviside)函数

$$\sum_j H(r - |\dot{X}_n(i) - \dot{X}_n(j)|)$$

$H(P)$ 取值0或1,分别对应于 $P < 0$ 或 $P \geq 0$, 计算以

$\dot{X}_n(i)$ 点为球心, 半径为 r 的球体中其他点 $\dot{X}_n(j)$ 的数目。对所有的 i 求和, 并标准化得关联函数

$$C_n(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{ij} H(r - |\dot{X}_n(i) - \dot{X}_n(j)|)$$

当 n 足够大(大于饱和和嵌入维数)时, 则有

$$d = \ln[C_n(r_2)/C_n(r_1)]/\ln(r_2/r_1) \quad (3)$$

吸引子的关联函数 d 可以从 $\ln C_n(r) - \ln r$ 的双对数坐标曲线求得。

图2a 和 b 分别是哈尔滨和广州的对数关联函数曲线, 其他测站的关联函数曲线与图2类似(不再一一列出)。由图2可见, 各条曲线的线性部分的斜率(即 d 的估计值)随 n 的增长趋于一致。各测站的 $\ln C_n(r) - \ln r$ 曲线线性部分的斜率大致在相空间的维数为7或8时趋于饱和。计算表明, 各测站的关联维数在5.6~6.6之间, 求得11个测站的关联维数依大小列于表1。

表1 11个测站的关联维数

测站	平壤	武汉	基隆	广州	哈尔滨	兰州	上海	成都	北京	东京	马尼拉
维数 d	6.63	6.34	6.32	6.27	6.26	6.09	6.05	5.98	5.84	5.70	5.59

由表1可知, 所研究的11个测站, 虽然分布很广, 但其吸引子的分维数都比较接近, 这说明, 虽然各站的地理位置不同, 气候背景也不尽相同, 各地的天气过程丰富多彩, 差异很大, 然而就东亚地区, 从整体来看, 由于控制东亚天气活动的大的环流背景一致, 从而天气吸引子的分数维值也比较接近, 这些吸引子可以在7维的相空间中支撑起来。因此, 用于描写控制东亚天气变化的大气动力系统所需的基本变量的个数可取为一致。

2.2 Lyapunov 指数谱

对于耗散系统来说, 一方面在整体上要使运动轨道稳定地收缩到吸引子上, 另一方面, 运动轨道又是不稳定的, 在某些方向上会按指数率分离, 具有发散性。Lyapunov 指数就是用来刻画奇怪吸引子在相空间给定方向上膨胀或收缩性质的一种度量。

设在 $t=0$ 时, 在相空间中以 $\dot{X}_n(i)$ 为中心的一个 n 维小球面, 随着时间 t 发生变形而演化为 n 维的椭球面, 则 Lyapunov 指数定义为

$$\lambda_k(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log_2 [P_k(t)/P_k(0)] \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

其中 $P_k(t)$ 是 t 时刻、按长度排在第 k 位的椭球半长轴, 而 $P_k(0)$ 是初始球面半径, λ_k 称为第 k 个 Lyapunov 指数, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_n$, 它表示在相应方向上局部变形的长时间平均值。

显然, 若 $\lambda_k > 0$, 则在该方向上, 系统不断膨胀, 以致吸引子上本来临近的状态变得越来越不相关, 而呈现对初始条件的敏感性。对于奇怪吸引子, λ_k 至少有一个大于零。若 $\lambda_k < 0$, 则在该

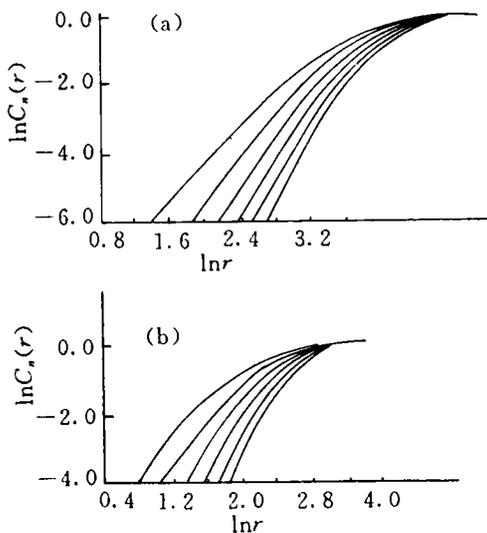


图2 关联函数 $C_n(r)$ 的对数坐标曲线
a. 哈尔滨, b. 广州

方向上相体积收缩,运动趋于稳定.因耗散体系的相体积是收缩的,因此体系至少有一个 Lyapunov 指数小于零,且所有 Lyapunov 指数之和 $\sum \lambda_k$ 小于零.

按文献[11,12]计算 Lyapunov 指数谱的主要步骤:对于相空间中的一个点 $\dot{X}_n(i)$,经过一个单位时间后, $\dot{X}_n(i)$ 发展到 $\dot{X}_n(i+1)$,相应地满足 $|\dot{X}_n(i) - \dot{X}_n(j)| < r$ 条件的另一点 $\dot{X}_n(j)$ 就发展到 $\dot{X}_n(j+1)$,引入矩阵维 d_M ,且有 $n-1 = (d_M-1)m$,其中 m 为一整数,可构造线性算子 A ,使得

$$\dot{X}_{d_M}(j+m) - \dot{X}_{d_M}(i+m) = A_1(\dot{X}_{d_M}(j) - \dot{X}_{d_M}(i))$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_{d_M} \end{bmatrix}$$

通过最小二乘法拟合,求出 a_k ,得出一系列的矩阵 $A_1, A_{1-m}, A_{1-2m}, \dots$,应用正交矩阵 QR 分解,使

$$A_{1-(L-1)m} Q_{(L-1)} = Q_{(L)} R_{(L)} \quad L = 1, 2, \dots, K$$

其中 $K \leq (N - d_M m - 1) / m$, $Q_{(0)}$ 是单位矩阵, $Q_{(L)}$ 是正交矩阵, $R_{(L)}$ 是具有正对角元素的上三角矩阵,其对角元素为 $R_{(L),kk}$,则 Lyapunov 指数 λ_k 为

$$\lambda_k = \frac{1}{m \Delta t K} \sum_{l=1}^K \ln R_{(L),kk} \quad (5)$$

我们计算了11个测站矩阵维 d_M 高达8、9、10、11、12时的 Lyapunov 指数谱.限于篇幅,仅列出 $d_M=9, 10$ 时北京和基隆的 Lyapunov 指数谱的各分量值(见表2).

表2 北京和基隆的 Lyapunov 指数谱

台站	北京				基隆			
	$d_M=9$		$d_M=10$		$d_M=9$		$d_M=10$	
λ_k	LE 值	符号						
λ_1	0.11746	+	0.07140	+	0.11746	+	0.11714	+
λ_2	0.03782	+	0.01837	+	0.04283	+	0.05141	+
λ_3	-0.00582	0	-0.00832	0	0.01118	+	0.02105	+
λ_4	-0.02903	-	-0.01236	-	0.00076	0	0.00099	0
λ_5	-0.04695	-	-0.03096	-	-0.02151	-	-0.01341	-
λ_6	-0.06668	-	-0.05919	-	-0.04161	-	-0.01807	-
λ_7	-0.09970	-	-0.06797	-	-0.07257	-	-0.05524	-
λ_8	-0.15688	-	-0.07847	-	-0.12588	-	-0.08656	-
λ_9	-0.32619	-	-0.14392	-	-0.33653	-	-0.15819	-
λ_{10}			-0.30291	-			-0.31385	-

由表2可知,对于每一个测站, Lyapunov 指数谱中都含有正值、零和负值.这无疑表明,东亚地区的天气吸引子是存在的.而且 Lyapunov 指数谱还明确地告诉我们吸引子的相空间轨线在哪几个方向上(即 $\lambda_k > 0$)存在着膨胀;又在哪些方向上($\lambda_k < 0$)有强烈的收缩.这就是吸引子的细微结构.

Lyapunov 指数之和 $\sum \lambda_i$ 是对应动力系统的散度。各测站在 $d_M=8, 9, 10$ 时的 Lyapunov 指数之和见表3。

表3 11个测站的 Lyapunov 指数之和

d_M	北京	成都	马尼拉	广州	哈尔滨	
8	-0.57039	-0.63515	-0.61544	-0.72718	-0.61472	
9	-0.57497	-0.61052	-0.59020	-0.74623	-0.62389	
10	-0.59353	-0.61398	-0.60392	-0.72031	-0.62304	
d_M	基隆	平壤	上海	武汉	兰州	东京
8	-0.61589	-0.66925	-0.66379	-0.58186	-0.60364	-0.65736
9	-0.68057	-0.68670	-0.68367	-0.56936	-0.61893	-0.65616
10	-0.67511	-0.67535	-0.67682	-0.57478	-0.58524	-0.67249

由表3可知,这11个测站的 Lyapunov 指数之和均小于零,且又大致相当为-0.6左右,这表明体系在相空间中以强达0.6的速率收缩,所以东亚地区大气环流是一个耗散体系。

2.3 K 熵和可预报时间

K 熵是分辨体系规则运动和混沌运动的又一特征量, $K > 0$ 且为有限,是体系混沌运动的标志。K 熵是研究复杂体系的整体特性的。我们知道,非线性混沌体系的特点之一,就是相空间轨迹对初始条件十分敏感。初始条件稍有差异,它们在相空间中运动轨道就越来越没有相似之处。因正 Lyapunov 指数之和表明体系总体膨胀性质,因此 $\sum \lambda_i (\lambda_i > 0)$ 常用来作为 K 熵 K 的估计值^[4],其倒数 $T = 1 / \sum \lambda_i = 1 / K$ 正可用来估计动力学体系的可预报时间。表4给出了 $d_M=10, 11, 12$ 时各测站的正 Lyapunov 指数之和及可预报时间。

表4 11个测站的正 Lyapunov 指数之和及可预报天数

d_M		北京	成都	马尼拉	广州	哈尔滨	
10	$\sum_{\lambda_i > 0}$	0.12015	0.09579	0.14748	0.08810	0.06285	
	天数	8.32	10.44	6.78	11.35	15.91	
11	$\sum_{\lambda_i > 0}$	0.08977	0.13362	0.14940	0.09950	0.07396	
	天数	11.14	7.48	6.69	10.05	13.52	
12	$\sum_{\lambda_i > 0}$	0.09357	0.12494	0.15202	0.10240	0.06455	
	天数	10.69	8.00	6.58	9.80	15.49	
d_M		基隆	平壤	上海	武汉	兰州	东京
10	$\sum_{\lambda_i > 0}$	0.08123	0.08501	0.10821	0.11876	0.14450	0.07979
	天数	12.31	11.76	9.24	8.42	6.92	12.53
11	$\sum_{\lambda_i > 0}$	0.06439	0.09383	0.09485	0.20070	0.14184	0.10761
	天数	15.53	10.66	10.54	4.98	7.05	9.29
12	$\sum_{\lambda_i > 0}$	0.09082	0.08986	0.11017	0.21350	0.12903	0.08164
	天数	11.01	11.13	9.08	4.68	7.75	12.25

由表可见,可预报时间(d)(取 $d_M=10, 11, 12$ 的平均)从长到短依次为哈尔滨(14.97)、基

隆(12.95)、东京(11.36)、平壤(11.18)、广州(10.40)、北京(10.05)、上海(9.62)、成都(8.64)、兰州(7.24)、马尼拉(6.68)、武汉(6.02)。一般说来,北方可预报时间尺度长些,兰州因高原影响例外地短。上述东亚地区平均 K 熵值约为0.10080,平均可预报时间为9.92d。

3 结 论

(1)计算得各测站的关联维数都是分数,因此相应的东亚地区的天气尺度的动力学系统是一混沌系统。所选的11个测站,虽然分布很广,但其分维数都比较接近,说明控制东亚天气活动的大的环流背景是一致的,所以控制东亚天气变化的最基本量的个数可取为接近一致。对东亚地区,从整体来看天气吸引子可以由7~8维的相空间支撑起来。

(2)从计算11站的 Lyapunov 指数谱,具体地看到了对应吸引子在相空间中膨胀、收缩的方向。由于11个测站的 Lyapunov 指数之和都小于零,而且当 d_M 取不同值时 $\sum \lambda_i$ 是基本稳定的(其值平均为-0.6左右),相空间的收缩率接近0.6左右,这说明东亚天气尺度动力系统是一个耗散性很强的系统。

(3)在开拓相空间 $d_M=10,11,12$ 维中,11个测站的 K 熵值在0.0645~0.2135范围内,平均值为0.1008,故东亚地区天气尺度系统的可预报时间估计为9.92d。

参 考 文 献

- 1 Lorenz E N. Deterministic nonperiodic flow. *J Atmos Sci*, 1963, 20: 130
- 2 Nicolis C, Nicolis G. Is there a climatic attractor. *Nature*, 1984, 311: 529~532
- 3 杨培才, 陈烈庭. 厄尔尼诺/南方涛动的可预报性. *大气科学*, 1990, 14(1): 64~71
- 4 Fraedrich K. Estimating the dimensions of weather and climate attractors. *J Atmos Sci*, 1987, 44: 722~728
- 5 彭永清, 严绍瑾, 王建中. 一维气候时间序列的拓展及其相空间中混沌吸引子维数的确定. *热带气象*, 1989, 5(2): 97~104
- 6 Yan Shaojin, Peng Yongqing, Wang Jianzhong. A spectrum of Lyapunov exponents obtained from a chaotic time series. *A A S*, 1991, 8: 243~250
- 7 严绍瑾, 彭永清, 王建中. 一维气候时间序列的李亚普诺夫指数所显示的动态系统的演化特征. *热带气象*, 1990, 6(3): 210~217
- 8 Yan Shaojin, Peng Yongqing, Wang Jianzhong. Determination of Kolmogorov entropy of chaotic attractor included in one-dimensional time series of meteorological data. *A M S*, 1992, 6: 379~385
- 9 Grassberger P, Procaccia J. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica*, 1983, 9D: 189~208
- 10 Grassberger P, Procaccia J. Dimensions and entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach. *Physica*, 1984, 13D: 34~54
- 11 Echmann P. Lyapunov exponents from time series. *Phy Rev A*, 1986, 34: 4971~4979
- 12 Sano M, Sawada Y. Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series. *Phy Rev Letter*, 1985, 53: 1082~1085

STUDY ON THE WEATHER ATTRACTOR FEATURES IN EAST ASIA

Wang Jianzhong¹⁾ Yan Shaojin¹⁾ Peng Yongqing²⁾

(1)Department of Basic Sciences, 2)Department of Meteorology,

Nanjing Institute of Meteorology, 210044, Nanjing, PRC)

Abstract The present paper has calculated out the chaotic characteristic quantities of the 500hPa day-to-day geopotential height time series of eleven representative observation stations in East Asia in 1979~1988. Results show that the corresponding incidence dimensionality is fractional, positive, zero and negative values all exist in the complete Lyapunov exponential spectrum, with the sum of the Lyapunov exponents ($\sum \lambda_k$) less than zero. Therefore, on the whole, the weather attractor in relation to East Asia is supported by a limited space. The system mean K entropy displayed by the weather attractors of East Asia is about 0.1008. Thus, the predictable period is about 9.92 days. Generally speaking, the predictable period in the northern part of the area is a bit longer.

Keywords chaos, fractal dimension, Lyapunov exponential spectrum, K entropy