

## 多卜勒雷达径向速度资料的预处理方法

周建芬 周文贤 曾西平

(南京气象学院大气物理学系, 南京, 210044)

**摘要** 利用变分法原理提出了对雷达速度资料进行预处理的一种方法, 数值试验表明该法能有效地消除雷达速度资料中的小尺度运动径向速度分量及“噪声”。

**关键词** 多卜勒雷达, 径向速度场, 变分法

**分类号** P412.25

用单部多卜勒雷达测得的风场径向速度资料分析云中流场某些运动特征的方法较多, 如速度方位角显示技术(VAD)<sup>1</sup>、速度体积处理技术(VVP)<sup>2</sup>, 以及作者提出的调和方法<sup>3</sup>等等。然而每一种方法都有一定的适用范围, 调和方法主要用于分析中 $\beta$ 尺度和更大尺度运动的水平流场, 是因为该方法所用的边界值依赖于速度均匀或线性分布的假设。在利用雷达速度资料反推中 $\beta$ 尺度和更大尺度运动特征的过程中, 不可能把资料全部直接用上, 即使用上也不见得效果好, 因为雷达测得的不仅包括中 $\beta$ 尺度和更大尺度运动的径向速度分量, 还包括中 $\gamma$ 尺度及更小尺度运动的径向速度分量。显然这类小尺度运动的径向速度分量的存在对分析大尺度运动的特征是不利的, 可谓是对中 $\beta$ 尺度运动的径向速度值的“污染”。另一方面, 雷达接收到的回波信号里含有相当的噪声(如大气湍流运动), 会在雷达测速过程中产生一定的误差(并不反映云中流场的实际情况)。因此, 在使用径向速度资料时, 必须设法减小雷达速度资料中的“噪声”和中 $\gamma$ 尺度及小尺度运动径向速度分量的影响。

本文的主要目的是探索一种利用变分法对雷达速度资料进行预处理的方法。

### 1 径向速度场的预处理方法

若用 $V_r$ 表示雷达测到的(预处理前的)总的径向速度,  $V'_r$ 表示雷达测速误差以及中 $\gamma$ 尺度和小尺度运动的径向速度分量,  $\bar{V}_r$ 表示中 $\beta$ 尺度和更大尺度运动的径向速度分量, 那么

$$V_r = \bar{V}_r + V'_r \quad (1)$$

消除 $V'_r$ , 正是利用了 $\bar{V}_r$ 随径向距离 $r$ 、方位角 $\theta$ 的变化较平缓, 而 $V'_r$ 变化较迅速这一特点。如果用 $F$ 、 $G$ 分别表示径向速度分量 $\bar{V}_r$ 对 $\theta$ 、 $r$ 的偏导数, 即

$$F = \partial \bar{V}_r / \partial \theta; \quad G = \partial \bar{V}_r / \partial r$$

那么 $\frac{\partial F}{\partial r} = \frac{\partial G}{\partial \theta}$ 。因为 $\bar{V}_r$ 是连续函数, 它对方位角 $\theta$ 、距离 $r$ 的二阶混合导数 $\frac{\partial}{\partial \theta}(\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r})$ 、 $\frac{\partial}{\partial r}(\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta})$ 是相等的。若用 $F$ 、 $G$ 分别表示雷达测得的径向速度 $V_r$ 随 $r$ 、 $\theta$ 的偏导数, 那么 $\partial F / \partial r \neq \partial G / \partial \theta$ 。因为 $V'_r$ 随 $r$ 、 $\theta$ 变化的差别很大。这两个偏导数的差值与 $F$ 、 $G$ 所代表的尺度有关,  $F$ 、 $G$ 代表的尺

度越大,  $\partial F/\partial r$ 、 $\partial G/\partial \theta$  的差别也越大, 而且其差值也与计算方法有关。若消除  $F$ 、 $G$  中使  $\partial F/\partial r$ 、 $\partial G/\partial \theta$  不相等的因素, 就可得到  $\bar{F}$ 、 $\bar{G}$ 。本文采用的消除法类似于反演压力场的方法<sup>[5]</sup>, 引入泛函

$$C. = \iint_S [\alpha^2 (\bar{F} - F)^2 + \beta^2 (\bar{G} - G)^2] d\theta dr = \iint_S [\alpha^2 (\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} - F)^2 + \beta^2 (\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} - G)^2] d\theta dr \quad (2)$$

其中  $S$  表示对资料进行预处理的区域,  $\alpha$ 、 $\beta$  为常数(引入  $\alpha$ 、 $\beta$  的目的, 是因为  $\partial \bar{V}_r/\partial \theta$  与  $\partial \bar{V}_r/\partial r$  的单位不一致), 一般取  $\alpha=1$ ,  $\beta$  取为与距离的平均值成正比。(2)式中由于  $\partial F/\partial r \neq \partial G/\partial \theta$ , 而  $\bar{V}_r$  对  $\theta$ 、 $r$  的二阶混合导数相等, 即  $\partial \bar{F}/\partial r = \partial \bar{G}/\partial \theta$ , 因此泛函  $C$ 。显然不等于零。如果预处理后的径向速度场  $\bar{V}_r$  与预处理前的  $V_r$  最为接近, 那么(2)式中的泛函达到极小, 泛函达到极小的必要条件是使泛函的变分等于零。由此可推出对径向速度场进行预处理的方程<sup>[6]</sup>为

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 \bar{V}_r}{\partial \theta^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 \bar{V}_r}{\partial r^2} = \alpha^2 \frac{\partial F}{\partial \theta} + \beta^2 \frac{\partial G}{\partial r} \quad (3)$$

要使(2)式中的泛函  $C$ 。达到极小, 在所考虑的区域  $S$  的边界上,  $\bar{V}_r$  的值也必须受到约束, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} \Big|_{r=r_1} &= G(\theta, r_1); & \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} \Big|_{r=r_2} &= G(\theta, r_2) \\ \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_1} &= F(\theta_1, r); & \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_2} &= F(\theta_2, r) \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\theta=\theta_1$ ,  $\theta=\theta_2$ ,  $r=r_1$ ,  $r=r_2$  为区域  $S$  的边界。显然(4)式表示在边界上径向速度  $\bar{V}_r$  随  $r$ 、 $\theta$  的变化与资料直接计算值相等。这样, 径向速度场的预处理问题就变成了求解如下椭圆型方程

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 \bar{V}_r}{\partial \theta^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 \bar{V}_r}{\partial r^2} = \alpha^2 \frac{\partial F}{\partial \theta} + \beta^2 \frac{\partial G}{\partial r} \quad (r_1 \leq r \leq r_2, \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2) \quad (5)$$

(4)式即为其边界条件。

## 2 径向速度预处理方程的数值解法

由于(5)式是 Neumann 边界条件的椭圆型方程, 因此用迭代法求解比较困难, 本文采用快速傅里叶变换的直接法求解。

### 2.1 非齐次边界条件椭圆型方程的解法

为了求解椭圆方程(5), 可先将方程进行变形, 使非齐次边界条件问题化为某个函数的齐次边界条件问题, 再利用直接法求解,

令  $\bar{V}_r(\theta, r) = u(\theta, r) + u_1(\theta, r) + u_2(\theta, r)$ , 那么由(5)式可得

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \alpha^2 \frac{\partial F}{\partial \theta} + \beta^2 \frac{\partial G}{\partial r} - \alpha^2 \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial \theta^2} \right) - \beta^2 \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} \right) \quad (6)$$

要使  $u$  满足齐次边界条件,  $u_1$ 、 $u_2$  在边界上必须满足

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_1} = F(\theta_1, r) - \frac{\partial u_2}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_1} & \text{记为 } F_1(r) \\ \frac{\partial u_1}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_2} = F(\theta_2, r) - \frac{\partial u_2}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_2} & \text{记为 } F_2(r) \\ \frac{\partial u_1}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = G(\theta, r_1) - \frac{\partial u_2}{\partial r} \Big|_{r=r_1} & \text{记为 } G_1(\theta) \\ \frac{\partial u_1}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = G(\theta, r_2) - \frac{\partial u_2}{\partial r} \Big|_{r=r_2} & \text{记为 } G_2(\theta) \end{cases} \quad (7)$$

对于  $u_1$  的选取, 可有各种形式, 这里选用一种简单形式

$$u_1(\theta, r) = \frac{F_2(r) - F_1(r)}{2(\theta_2 - \theta_1)}(\theta - \theta_1)^2 + F_1(r)(\theta - \theta_1) + \frac{G_2(\theta) - G_1(\theta)}{2(r_2 - r_1)}(r - r_1)^2 + G_1(\theta)(r - r_1) \quad (8)$$

将(8)式代入(7)式,欲使其成立,必有

$$\begin{aligned} \frac{dG_1(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_1} = 0; \quad \frac{dG_1(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_2} = 0, \quad \frac{dG_2(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_1} = 0; \quad \frac{dG_2(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_2} = 0 \\ \frac{dF_1(r)}{dr} \Big|_{r=r_1} = 0; \quad \frac{dF_1(r)}{dr} \Big|_{r=r_2} = 0; \quad \frac{dF_2(r)}{dr} \Big|_{r=r_1} = 0; \quad \frac{dF_2(r)}{dr} \Big|_{r=r_2} = 0 \end{aligned}$$

上式中实际上只有 4 个独立等式。若  $u_2 = A_1\theta^2r^2 + A_2\theta^2r + A_3\theta r^2 + A_4\theta r$ , 则根据上面 4 个独立等式就可确定上式中的系数  $A_1, A_2, A_3, A_4$  (可用高斯消去法得到), 即得出  $u_2$ 。将  $u_2$  代入(7)和(8)式就可求出满足边界条件(7)的  $u_1$ , 从而将求解(5)式的问题化为求解  $u$  的齐次边界条件的椭圆型方程。

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \alpha^2 \frac{\partial F}{\partial \theta} + \beta^2 \frac{\partial G}{\partial r} - \alpha^2 \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial \theta^2} \right) - \beta^2 \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} \right) \stackrel{\text{记为}}{=} -\lambda(\theta, r) \quad (9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_1} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_2} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = 0$$

## 2.2 齐次边界条件的椭圆型方程的计算方法

对(9)式采用 5 点差分格式。若用  $\Delta\theta, \Delta r$  分别表示  $\theta, r$  方向的步长, 则与微分方程(9)相应的差分方程为

$$\alpha^2 \frac{2u_{i,j} - u_{i-1,j} - u_{i+1,j}}{\Delta\theta^2} + \beta^2 \frac{2u_{i,j} - u_{i,j-1} - u_{i,j+1}}{\Delta r^2} = \lambda_j, \quad (1 \leq i \leq n_1; 1 \leq j \leq n_2)$$

$$\begin{aligned} \text{即} \quad (2\alpha^2\Delta r^2 + 2\beta^2\Delta\theta^2)u_{i,j} - \alpha^2\Delta r^2 u_{i-1,j} - \alpha^2\Delta r^2 u_{i+1,j} - \beta^2\Delta\theta^2 u_{i,j-1} - \beta^2\Delta\theta^2 u_{i,j+1} \\ = \Delta\theta^2 \cdot \Delta r^2 \cdot \lambda_j \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $u_{i,j}, \lambda_j$  分别表示函数  $u(\theta, r), \lambda(\theta, r)$  在网格点  $(i, j)$  处的值,  $n_1, n_2$  分别表示  $\theta, r$  方向的网格点个数。求解(10)式可用迭代法, 但对于 Neumann 边界条件的椭圆型方程, 利用迭代法求解往往不收敛, 即使收敛, 速度也很慢, 特别是网格点较多时<sup>17</sup>。故直接法求解的优越性较大。Henrici<sup>18</sup> (1979) 介绍了 Dirichlet 条件下椭圆型方程的快速傅里叶变换(FFT)求解方法, 本文将推广到 Neumann 边界条件。

定义序列  $d = \{d_{i,j}\}$ , 其中

$$d_{0,0} = 2\alpha^2\Delta r^2 + 2\beta^2\Delta\theta^2; \quad d_{1,0} = -\alpha^2\Delta r^2; \quad d_{-1,0} = -\alpha^2\Delta r^2; \quad d_{0,1} = -\beta^2\Delta\theta^2; \quad d_{0,-1} = -\beta^2\Delta\theta^2$$

其他元素都等于零。

如果将序列  $\{u_{i,j}\}, \{\lambda_j\}$  分别定义为  $\vec{u}, \vec{\lambda}$ , 那么(10)式可以表示为  $\vec{d}$  和  $\vec{u}$  的卷积<sup>[9]</sup>, 即

$$\vec{d} * \vec{u} = \Delta\theta^2 \Delta r^2 \vec{\lambda} \quad (11)$$

若记  $\hat{d} = \{\hat{d}_{p,q}\}$  是  $\vec{d}$  经二次离散傅里叶变换后的序列, 用符号表示为  $\hat{d} = \mathcal{F}_{2n_1} \mathcal{F}_{2n_2} \vec{d}$ , 那么其元素

$$\begin{aligned} \hat{d}_{p,q} &= \frac{1}{(2n_1)(2n_2)} \sum_i \sum_j d_{i,j} W_{2n_1}^{ip} \cdot W_{2n_2}^{-jq} \\ &= \frac{\alpha^2\beta^2\Delta\theta^2\Delta r^2}{2n_1n_2} \left( \frac{1}{\beta^2\Delta\theta^2} + \frac{1}{\alpha^2\Delta r^2} - \frac{1}{\beta^2\Delta\theta^2} \cos \frac{p\pi}{n_1} - \frac{1}{\alpha^2\Delta r^2} \cos \frac{q\pi}{n_2} \right) \end{aligned}$$

其中  $W_n = \exp(2\pi i/n)$ 。如果记  $\hat{u}, \hat{\lambda}$  分别是  $\vec{u}, \vec{\lambda}$  经过偶对称的傅里叶变换之后的序列, 那么对

(11)式两边取傅里叶变换

$$\mathcal{F}_{2n_1} \mathcal{F}_{2n_2}(\vec{d} * \vec{u}) = \mathcal{F}_{2n_1} \mathcal{F}_{2n_2}(\Delta\theta^2 \cdot \Delta r^2 \cdot \vec{\lambda})$$

即

$$4n_1 n_2 \hat{d} \cdot \hat{u} = \Delta\theta^2 \Delta r^2 \hat{\lambda}$$

$$\hat{u} = \frac{\Delta\theta^2 \Delta r^2}{4n_1 n_2} \hat{d}^{-1} \hat{\lambda} \tag{12}$$

若对上式求二次傅里叶逆变换( $\mathcal{F}^{-1}$ ),那么

$$\vec{u} = \mathcal{F}_{2n_1}^{-1} \mathcal{F}_{2n_2}^{-1} \left( \frac{\Delta\theta^2 \Delta r^2}{4n_1 n_2} \hat{d}^{-1} \cdot \hat{\lambda} \right) \tag{13}$$

利用(13)式即可得到微分方程(9)的解,也就得到了方程(5)的解。

为了检验计算方法的正确性,选择给定的 $\lambda(\theta, r)$ ,用数值法求得的椭圆型方程的解与分析解相当一致(图略),说明上述计算方法和程序是可靠的。

### 3 径向速度场预处理结果分析

给定一个径向速度场 $\vec{V}$ ,及径向速度扰动 $V'$ ,两者之和即为检验用径向速度场 $V_r$ 。将预处理结果与给定的 $\vec{V}$ ,进行比较,即可得到预处理效果。本文所用风场是一个理想的锋面风场,即假定与水平锋区相垂直的速度分量 $U$ 为零,与水平锋区相平行的速度记为 $V$

$$V = \frac{V_1 \exp(x/H) + V_2 \exp(-x/H)}{\exp(x/H) + \exp(-x/H)} \tag{14}$$

其中 $x$ 为距水平锋区内切变最大处的垂直距离, $V_1, V_2$ 表示锋面两边的速度, $H$ 表示锋区宽度。如果取雷达站为坐标系原点,水平锋区与纵坐标平行,则根据(14)式可求得径向速度场 $\vec{V}$ 。计算时取 $H=15\text{km}, V_1=-30\text{m} \cdot \text{s}^{-1}, V_2=-5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,雷达站距水平锋区内切变最大处 $30\text{km}$ 。锋面风场等值线见图1。

叠加在径向速度场 $\vec{V}$ 中的扰动场 $V'$ ,有两类:一类是雷达测速过程中由信号的干扰引起的误差;另一类是由于中 $\gamma$ 尺度、小尺度运动的存在而引起的误差。下面将分别讨论消除这两种扰动的预处理结果。

#### 3.1 径向速度扰动的消除

由信号干扰引起的径向速度的测量误差呈正态分布<sup>[10]</sup>,因此,本文取 $V'$ 成正态分布,其均值为0,方差为 $0.5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。在用(5)式进行预处理前,首先用最小二乘法计算每个网格点上的 $F, G$ 值。计算 $F$ 值所用的数据为等距离圈上间隔 $1^\circ$ 的网格点间的雷达测量数据 $V_r$ ,计算 $G$ 值所用数据为同一扫描线上间隔 $0.3\text{km}$ 的网格点间的测量值。 $\partial F/\partial \theta, \partial G/\partial r$ 的

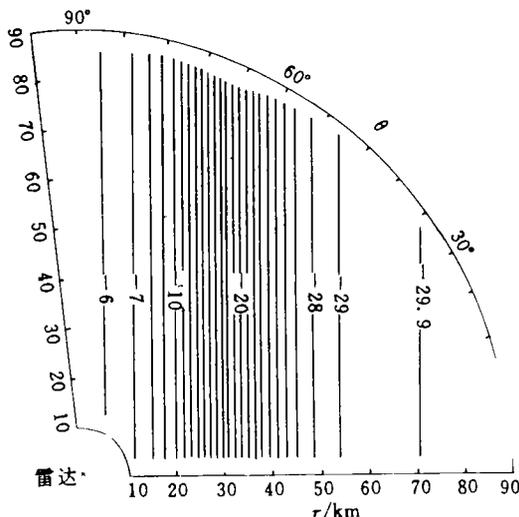


图1 一个理想锋面风场等值线分布(单位: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )

的计算采用中心差分格式。计算中,取 $r_1=10\text{km}, r_2=90\text{km}, \theta_1=0^\circ, \theta_2=96^\circ$ ,网格点间距 $\Delta\theta=3^\circ, \Delta r=2.5\text{km}, \alpha=1, \beta=\vec{r}$ 。用(5)式对径向速度场进行预处理的结果见图2。由图可见,预处理对扰动场的清除较为明显(尤其在预处理域中部),但在边缘误差较大。主要原因是由于(5)式的

边界条件本身含有一定的扰动误差,而且较难消除。因此,使用中可将诊断区域适当选得大一些。

### 3.2 次尺度涡的消除

用兰金涡的速度分布近似代表中尺度涡旋的分布,并以此为例,检验预处理方法消除小尺度运动引起的  $V'$ , 扰动场的效果。在(14)式的锋面风场中,随机地加入 3 个中尺度涡旋作为扰动,然后计算出径向风场  $V_r$ 。

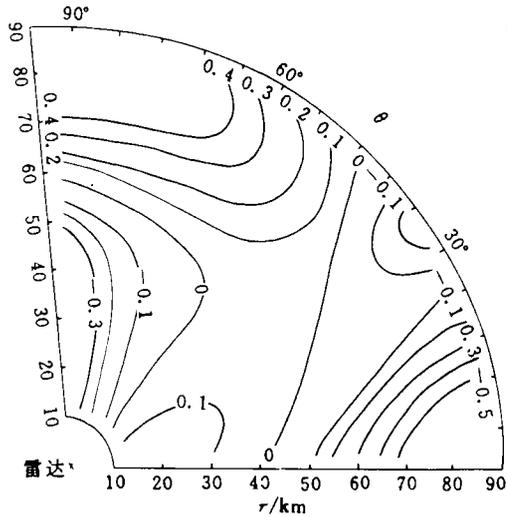


图 2 预处理后径向速度与未加扰动径向速度差值分布(等值线单位:  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )

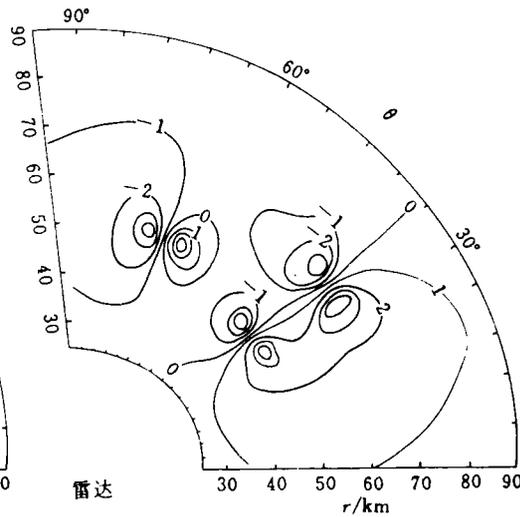


图 3 预处理后的径向速度与未加兰金涡的径向速度的差值分布(单位:  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )

若用  $V_{\theta_1}$ 、 $V_{r_1}$  分别表示以涡旋中心为原点的极坐标系中的切向和径向速度,那么兰金涡的速度分布<sup>[12]</sup>

$$V_{\theta_1} = \frac{r'}{R} V_{\max} \quad (r' < R); \quad V_{\theta_1} = \frac{R}{r'} V_{\max} \quad (r' \geq R); \quad V_{r_1} = 0$$

其中  $r'$  表示到涡中心的距离。显然当  $r'$  等于  $R$  时切向速度达到最大。本文只给出  $R=0.7\text{km}$ ,  $V_{\max}=40\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  的计算结果。计算中所用的参数  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\Delta\theta$ 、 $\Delta r$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  与 3.1 节中的一致。利用(5)式作预处理的结果见图 3。由图可见,预处理后小尺度运动径向速度分量的消除很明显。图中最大的径向速度差别不超过  $5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 此时这些差别本身代表了兰金涡外圈的运动,它的尺度较大。

## 4 结 语

在利用单部多卜勒雷达资料计算大气风场特征时,其计算精度与所用的径向速度资料有很大的关系。若预先对资料进行处理,使资料的代表性增大,则所计算出的风场特征更符合实际大气。本文提出了一种预处理径向速度场的方法。结果表明,该方法对于消除径向速度场中的测量误差及小尺度运动的径向速度分量,具有一定的作用。

为了求解径向速度场的预处理方程,本文将求解 Dirichlet 条件下的椭圆型方程的快速傅里叶解法,推广到了 Neumann 非齐次边界条件的情形。

致谢 本文承王鹏飞教授的鼓励和支持,在此谨表谢意。

## 参 考 文 献

- 1 Browning K A, Wexler R. A determination of kinematic properties of a wind field using Doppler radar. *J Appl Meteor.*, 1968, 7(1): 105~113
- 2 Waldteufel P, Corbin H. On the analysis of single Doppler radar data. *J Appl Meteor.*, 1979, 18(4): 532~542
- 3 周建芬, 周文贤. 反演层状云系风场的一种计算方法. *南京气象学院学报*, 1993, 16(3): 359~363
- 4 Rabin R. Subsynoptic-scale vertical wind revealed by dual Doppler radar and VAD analysis. *J Atmos Sci.*, 1980, 37(3): 644~654
- 5 Tzvi Gal-Chen. A method for the initialization of the anelastic equations; Implications for matching models with observations. *Mon Wea Rev.*, 1978, 106(5): 587~606
- 6 艾利斯哥尔兹. 变分法. 李世善译. 北京: 人民教育出版社, 1956
- 7 P J 罗奇. 计算流体力学. 钟锡昌, 刘学宋译. 北京: 科学出版社, 1983. 240~245
- 8 Henrici P. Fast Fourier methods in computational complex analysis. *SIAM Review.*, 1979, 21: 481~527
- 9 Brigham E O. 快速富里叶变换. 柳群译. 上海: 科学技术出版社, 1979. 100~186
- 10 汤达章, 忻翎艳. VAD 和 VARD 速度资料获取风场信息的方法. *南京气象学院学报*, 1989, 12(3): 66~73
- 11 Davies-Jones R P. Tornado dynamics. In: Kossler E eds. *Thunderstorm Morphology and Dynamics*. Norman and London: University of Oklahoma press, 1985, 197~236
- 12 余志豪, 王彦昌. 流体力学. 北京: 气象出版社, 1982. 136~157

## A SCHEME FOR PREPROCESSING DOPPLER RADIAL VELOCITY DATA

Zhou Jianfen      Zhou Wenxian      Zeng Xiping

(Department of Atmospheric Physics, Nanjing Institute of Meteorology, 210044, Nanjing, PRC)

**Abstract** With variational principles, a scheme is proposed for preprocessing the Doppler radar-obtained radial velocity data. Numerical results show that this method can remove the radial component of a small motion and noise from the radar velocity datasets.

**Keywords** Doppler radar, radial velocity, variational method