

时间平均基流中准定常波的传播及多向折射

郭品文 徐建军

(南京气象学院气象学系, 南京 210044)

摘要 应用几何光学中的射线理论, 直观地讨论了准定常波在时间平均基流中的传播, 解释了定常波传播的纬向非均匀性。结果表明: 折射指数平方可表示为基流绝对涡度对基流流函数的微商, 定常波的传播路径与折射指数平方的空间分布有着密切的关系。射线有向折射指数平方大值区传播的趋势, 而小值区则成为射线传播的区域性屏障。进一步分析表明: 当射线传向小值区为偏射时, 则发生单向折射; 若为正射时, 则可以发生多向折射。最后, 应用实测资料计算了 500hPa 高度上折射指数平方的分布, 发现能很好地解释实际大气中准定常波的传播路径及其多向折射现象。

关键词 准定常波, 时间平均基流, 折射指数, 多向折射

分类号 P434

由于大气环流的遥相关现象在短期气候预报中的重要性, 引起了人们的广泛重视。Hoskins 和 Karoly^[1]用球面二维定常行星波的能量频散来解释大气环流遥相关, 提出了著名的大圆理论。Wallace 和 Gutzler^[2]提出了准定常遥相关型。但是无论从文献 [3] 的观测分析研究还是文献 [4] 的数值试验结果都可以发现, 定常波的折射有时是多向的, 会发生分支现象。侯志明^[5]从理论上解释了纬向切变流中波列分支的可能机制。杨惠君和杨大升^[6]认为这是纬向切变基流中, 急流轴上 Rossby 波包的分裂现象。然而, 徐建军^[6]的观测分析表明: 准定常波的传播具有明显的纬向非均匀性。它与西风风速的纬向非均匀性有着密切的位置关系, 在西风急流北侧的波列沿着纬圈传播, 只有在西风小风速区才能折向赤道, 波射线的分支发生在急流的入口处。而在西风急流区波列的传播十分微弱, 成了定常波传播的有效的区域性屏障。显然, 对定常波传播的这种纬向非均匀性的研究对于正确理解实际大气环流的遥相关现象是十分有意义的。本文应用几何光学中的射线理论, 用几何方法, 直观地讨论了定常波在时间平均基流中的折射规律, 解释了定常波多向折射现象的可能机制。

1 基本方程

本文采用一平面近似下准地转正压涡度方程

$$\frac{q}{t} + J(\psi, q) = 0 \quad (1)$$

式中, ψ 为地转流函数; $q = \nabla^2 \psi + f$ 为绝对涡度 (f 为科氏参数); $J(\psi, q) = -\frac{q}{y} \frac{\psi}{x} + \frac{q}{x} \frac{\psi}{y}$ 为雅

可比行列式。对(1)式进行线性化,则有

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y}\right)^2 + J(\bar{q}, \bar{q}) = 0 \quad (2)$$

其中, $\bar{u} = -\frac{\partial \bar{q}}{\partial y}$, $\bar{v} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial x}$ 为时间平均基本气流; $\bar{q} = \bar{q}^2 + f$ 为基流绝对涡度。带“-”的量为基本量,带“+”的量为扰动量。设(2)式的形式解为慢变波包,则

$$= A(x, y, t) e^{i(kx + ly - \omega t)} \quad (3)$$

式中, A 为振幅; ω 为小参数; k, l 分别为 x, y 向波数和圆频率。将(3)式代入(2)式,取零级近似,则得到波包的频散关系为

$$= \bar{u}k + \bar{v}l - \frac{\bar{q}_y k - \bar{q}_x l}{k^2 + l^2} \quad (4)$$

式中下标表示对该变量的微商。

对于时间平均基流,满足(1)式,即 $J(\bar{q}, \bar{q}) = 0$, 从而可得

$$\bar{q} = \bar{q}(\bar{q})$$

令 $L = \frac{d\bar{q}}{d\bar{q}}$ 为基流绝对涡度对基流流函数的导数,则有

$$\bar{q}_y = -L\bar{u}, \quad \bar{q}_x = L\bar{v}$$

则(4)式可化为

$$= (\bar{u}k + \bar{v}l) \left(1 + \frac{L}{k^2 + l^2}\right) \quad (5)$$

对于准定常波, $\omega = 0$ 。且令其波数平方为 $K_s^2 = k^2 + l^2$, 设 $\bar{u}k + \bar{v}l$ 不恒等于零,则有

$$K_s^2 = -L$$

利用射线理论,通过(5)式可得

$$\frac{dK_s}{dt} = 0, \quad \text{则} \quad 0$$

$$C_{gx} = (\bar{u}k + \bar{v}l) \frac{-2kL}{(k^2 + l^2)^2} \quad (6)$$

$$C_{gy} = (\bar{u}k + \bar{v}l) \frac{-2lL}{(k^2 + l^2)^2} \quad (7)$$

$$\frac{d_g k}{dt} = (\bar{u}k + \bar{v}l) \frac{-L}{k^2 + l^2} \frac{x}{l^2} \quad (8)$$

$$\frac{d_g l}{dt} = (\bar{u}k + \bar{v}l) \frac{-L}{k^2 + l^2} \frac{y}{l^2} \quad (9)$$

其中, C_{gx}, C_{gy} 分别为 x, y 向的群速度; $\frac{d_g}{dt} = C_{gx} \frac{\partial}{\partial x} + C_{gy} \frac{\partial}{\partial y}$ 为沿射线的变化率。由(6)、(7)式得波射线方程为

$$\frac{dy}{dx} = \frac{C_{gy}}{C_{gx}} = \frac{l}{k}$$

2 定常波的传播及多向折射

2.1 波射线折射的一般规律

黄荣辉^[6,7]和 Karoly, Hoskines^[8]分别导出了纬向切变流中定常波传播的折射指数,以及

它与波射线方向、曲率的关系。发现波折射指数平方的分布对于波动的传播起着重要的作用。因此,我们令 θ 为射线与 x 方向的夹角, 则有

$$\tan \theta = \frac{l}{k}$$

对上式两边求导, 并利用(6~9)式, 则得射线与 x 轴夹角的变化率为

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{K_s^2} i (C_g \cdot \nabla K_s^2) \tag{10}$$

其中, i 为垂直方向的单位矢量, (10)式也可以写为

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{K_s^2} C_g \sin \alpha \cdot \nabla K_s^2 \tag{11}$$

式中, α 为 C_g 沿逆时针方向与 ∇K_s^2 之间的夹角。(11)式可写成如下形式

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{C_g}{r}$$

其中, $r = K_s^2 \cdot K_s^2^{-1} \sin^{-1}$ 为射线的曲率半径; C_g 为群速度大小。这里 K_s^2 为折射指数平方, 与文献(6~8)不同的是, K_s^2 包含了经向气流和它们的纬向非均匀性, 可以方便地讨论定常波传播的纬向非均匀性。

从射线的曲率半径与 K_s^2 的关系可见, K_s^2 越小, r 越大, 曲率半径越大, $\sin \alpha$ 越大, 曲率半径越小。即 K_s^2 的小值区折射强, 大值区折射弱。 K_s^2 的梯度越大, 折射越强, 射线方向与 ∇K_s^2 间夹角越大, 折射越强。

从上面的讨论可以知道, 折射指数平方的不均匀性可以使射线弯曲, 发生折射现象。下面详细讨论射线方向的变化规律。

由(11)式可以看出波射线方向的改变取决于 α , 因此可以得出: 当 $180^\circ > \alpha > 0^\circ$ 时, $\frac{d\theta}{dt} > 0$, 波向高纬传播; 当 $360^\circ > \alpha > 180^\circ$ 时, $\frac{d\theta}{dt} < 0$ 时, 波向低纬传播。从两种情形分析 K_s^2 对于波射线传播的影响。

(1) 波射线向 K_s^2 大值区传播的情形, 当波射线方向在 ∇K_s^2 右侧时(如图 1a 所示), $180^\circ > \alpha > 0^\circ$; 则 $\frac{d\theta}{dt} > 0$, 要减小, 射线向 ∇K_s^2 方向折射。当波射线方向在 ∇K_s^2 左侧(图 1b)时, 要增大, 则射线方向也向 ∇K_s^2 方向折射。所以, 射线有向折射指数平方 K_s^2 大值区传播的趋势。

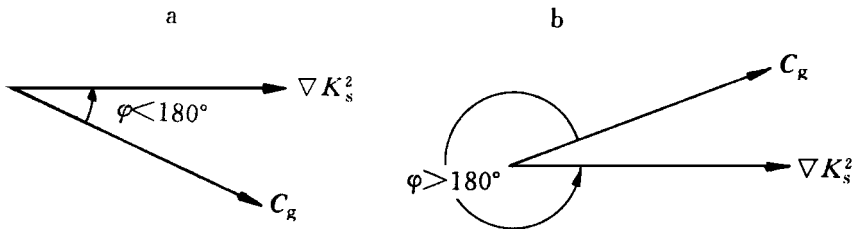


图 1 射线向 K_s^2 大值区传播示意图

a. 射线在 ∇K_s^2 右侧; b. 射线在 ∇K_s^2 左侧

Fig. 1 The sketch map for ray propagation to the region of maximum K_s^2

a. rays on the right side of ∇K_s^2 ; b. rays on the left side of ∇K_s^2

(2) 波射线向 K_s^2 小值区传播的情形, 当 C_g 在 ∇K_s^2 负向的右侧(图 2a)时, $360^\circ > \alpha > 180^\circ$;

$\frac{d\epsilon}{dt} < 0$, 将增大, 射线偏离小值区传播。当 C_g 在 K_s^2 负向的左侧(图 2b)时, $180^\circ > \varphi > 0^\circ$; $\frac{d\epsilon}{dt} > 0$, 将减小, 射线也将偏离小值区传播。所以小值区形成了射线传播的区域性障碍。

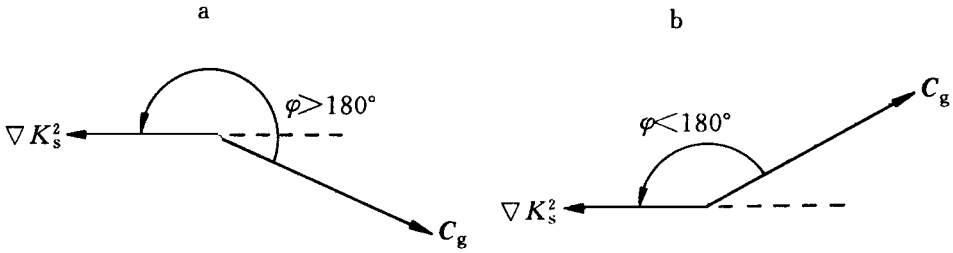


图 2 射线向 K_s^2 小值区传播示意图

a. 射线在 K_s^2 反向右侧; b. 射线在 K_s^2 反向左侧

Fig. 2 The sketch map for ray propagation to the region of minimum K_s^2

a. rays on the right side of the direction opposite to K_s^2 ;

b. rays on the left side of the direction opposite to K_s^2

由上面的讨论可知, 一般而言, 射线向 K_s^2 的大值区传播, 而要偏离小值区。

2.2 射线的单支绕射和双支绕射——多向折射现象

从以上的讨论可以看出, 折射指数平方的小值区形成了射线传播的区域性障碍, 因此当射线经过小值区时, 就象水流经过障碍物时一样, 要发生绕射, 绕射又分为单支绕射和双支绕射。在实际大气中, 波射线实际是有一定面积的, 是由很多射线所组成的射线管, 当所有的射线与 K_s^2 的夹角都大于 180° 或都小于 180° 时, 其有共同的折射方向, 这时的射线相对障碍物偏射而发生单支绕射(图 3a)。而当射线与 K_s^2 有如图 3b 分布时, 则射线管上半部分 $< 180^\circ$; 下半部分 $> 180^\circ$ 。这样上下两部分就会分为两支, 所以原来为一束的射线就会分成两支而发生多向折射现象。如果将射线管近似为射线, 则发生分支的条件是 $= 180^\circ$; 这时射线垂直于 K_s^2 等值线为正射, 而相对小值区发生双支绕射, 即当射线与 K_s^2 方向反向时, 射线将要发生多向折射。可见, 在分析射线的多向折射现象时, 应考虑射线为射线管, 而不能简单地认为是单根射线。当分支现象发生在如图 3c 的 K_s^2 分布(即 K_s^2 是纬向均匀)时, 在某一纬度存在小值区, 且射线管位于此带状极小值区, 射线管的上部 $= 90^\circ \approx 180^\circ$; $\frac{d\epsilon}{dt} > 0$ 将向上折射, 射线管的下部

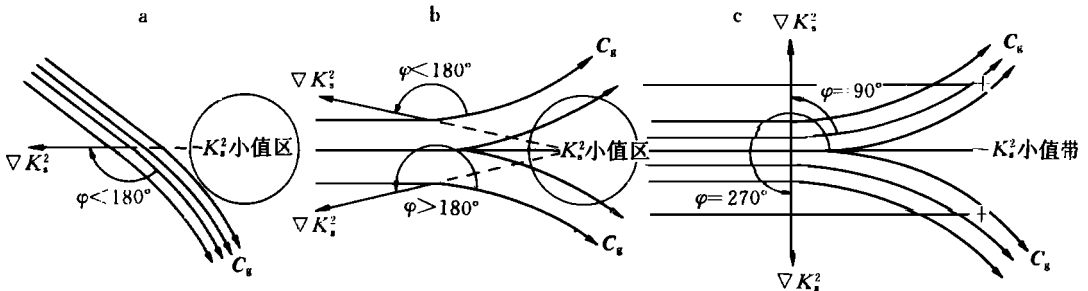


图 3 射线传播示意图

a. 单支绕射; b. 双支绕射; c. 波包分裂

Fig. 3 The sketch map for ray propagation

a. single branch diffraction; b. double branch diffraction; c. splitting of wave packet

$= 270 \text{ } \text{ } 180^\circ; \frac{d\epsilon}{dt} < 0$ 将向下折射, 从而分为两支。这就是文献 6) 所讨论的纬向切变基流中波包分裂的情形, 其形成条件是 K_s^2 在某纬度存在极小值。但据本文分析, K_s^2 的小值区是射线传播的障碍, 射线要偏离小值区而传播, 所以射线难以处于这种区域, 除非这个区域本来就是波源的发生区。所以实际的分支现象多为双支绕射的结果。

3 实际大气中折射指数平方的分布与波能量传播的关系

利用国家气象中心整编的北半球 500 hPa 月平均高度场资料, 计算了 1984 年 11 月至 1985 年 2 月折射指数的分布(图 4)。与同期 40~50 天振荡的 E 矢量和平均纬向气流的水平分布(文献 6)图 1) 相对照发现: 东亚和北美的西风急流区与折射指数平方小值区所对应, 在其北侧也有两个小值区(为负值), 在欧洲上空存在着另外一个小值区。所有小值区对应的中心地

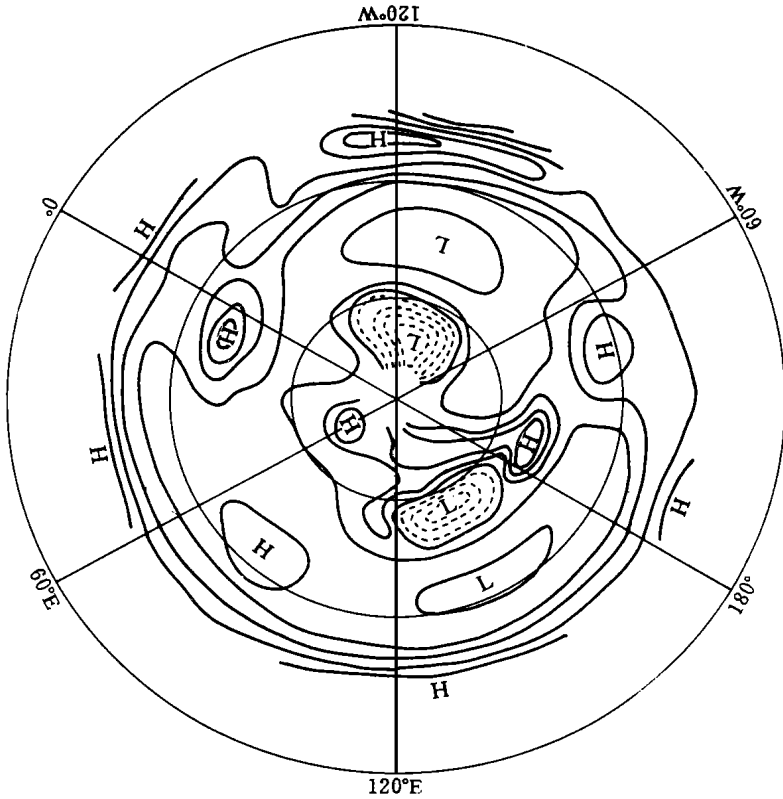


图 4 折射指数平方的分布
(等值线间隔: $0.1 \times 10^{-10} \text{m}^{-2}$)

Fig. 4 The patterns for square refractive index
contoured at $0.1 \times 10^{-10} \text{m}^{-2}$

带基本上没有波能的传播, 这说明了 K_s^2 小值区的屏障作用。在北美和东亚急流区北侧, 仅有两个基本沿纬圈的狭长通道, 因此波能只能在这些狭长通道上沿纬圈传播。而在西风急流的出口区, 即两个折射指数平方小值区之间(相对为大值区) 成为波能向低纬传播的通道。而在青藏、伊朗高原西侧的急流区, 由于 K_s^2 相对较大, 仍有波能的传播。东亚 K_s^2 小值区上游, 波能量基本上是单支绕射, 多向折射不明显。在北美 K_s^2 小值区存在着明显的双支绕射现象, 波能量被分成两支, 而发生多向折射。

4 结 论

- (1) 时间平均基流中, 准定常波的折射指数平方为基流绝对涡度对基流流函数的微商。
- (2) 准定常波的折射与折射指数平方的空间分布和传播方向有关。折射指数平方越小, 折射越强, 射线方向与折射指数平方梯度的夹角越大, 则折射越强。
- (3) 折射指数平方的大值区具有吸引射线的作用, 而小值区则是射线传播的区域性屏障。
- (4) 当射线传向小值区为偏射时, 发生单向折射, 为正射时, 则发生多向折射。
- (5) 通过实测资料的分析说明, 运用折射指数平方的分布, 能很好解释时间平均基流中准定常波的传播和多向折射现象。

参 考 文 献

- 1 Hoskins B J, Karoly D J. *The steady linear response of a spherical atmosphere to thermal and orographic forcing*. *JAS*, 1981, 38: 1179 ~ 1196
- 2 Wallace J M, Gutzler D S. *Teleconnections in the geopotential height field during Northern Hemisphere winter*. *MWR*, 1981, 109: 784 ~ 812
- 3 Xu Jianjun. *Quasi-40-day oscillation and its teleconnection structure together with the possible dependence on conversion of barotropic unstable energy of temporal mean flow*, *AAS*, 1993, 10: 193 ~ 200
- 4 侯志明. 球面定常行星波射线的变化与波列分支. *气象学报*, 1991, 49: 394 ~ 401
- 5 杨惠君, 杨大升. 急流与定常强迫 Rossby 波包和大气中的遥相关. *气象学报*, 1988, 46: 403 ~ 410
- 6 黄荣辉, 岸保勘三郎. 关于冬季北半球定常波传播另一波导的研究. *中国科学*, 1983, (10): 945 ~ 950
- 7 黄荣辉. 冬季低纬度热源异常对北半球大气环流影响的物理机制. *中国科学*, 1986, (1): 93 ~ 103
- 8 Karoly D J, Hoskins B J. *Three dimensional propagation of planetary waves*. *J Meteor Soc Japan*, 1982, 60: 109 ~ 122

PROPAGATION OF QUASI-STATIONARY WAVES IN TEMPORAL MEAN FLOW WITH ITS MULTI-BRANCH REFRACTION

Guo Pinwen Xu Jianjun

(Department of Meteorology, NIM, Nanjing 210044)

Abstract The ray theory of geometric optics was applied to visually investigate the propagation of quasi-stationary waves in time mean basic flow and interpret the zonal nonhomogeneity. It turns out that squared refraction index (SRI) can be expressed as the derivative of the absolute vorticity with respect to the streamfunction for such a flow and the path is closely related to the spatial pattern of the SRI. The ray has a tendency to travel to a region of maximum SRI (SRI₁) and is difficult to propagate when meeting with a region of minimum SRI (SRI₂). And further analysis shows that the ray, when projecting onto SRI₂ nonperpendicularly (vertically), experiences uni-branch (multi-branch) refraction. Eventually, the 500 hPa SRI pattern was examined in virtue of measurements, indicating that the scheme can well explain the propagation and multi-branch refraction of quasi-stationary wave in the real atmosphere.

Keywords quasi-stationary wave, temporal mean basic flow, refraction index, multi-branch refraction